التاريخ   /   /   ٢٠

وزارة التربية

الإدارة العامة لمنطقة الفروانية التعليمية

ثانوية سلمان الفارسي للبنين

قسم الرياضيات

٢٠١٩ /٢٠٢٠

أوراق عمل الصف العاشر

الفصل الدراسي الثاني

*الوحدة التاسعة *

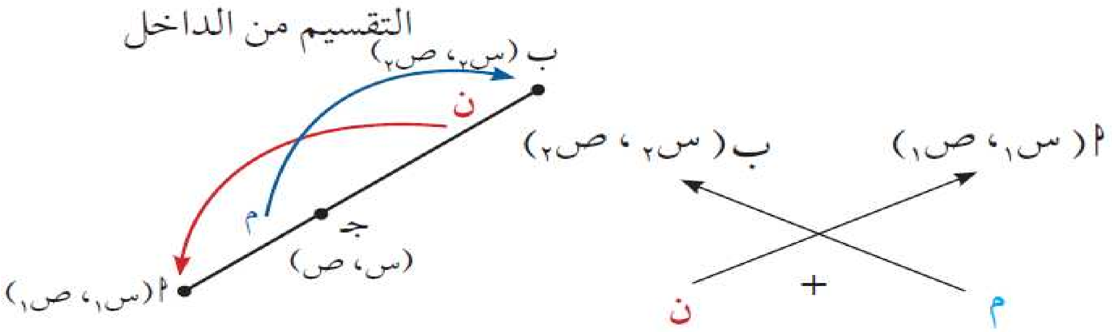
الهندسة التحليليّة

هذه الأوراق لاتغني عن الكتاب المدرس

إعداد قسم الرياضيات

٩ـ٢ تقسيم قطعة مستقيمة

١ – التقسيم من الداخل



جـ $\left(\dfrac{\text{م س}_2 + \text{ن س}_1}{\text{م} + \text{ن}} \text{ ، } \dfrac{\text{م ص}_2 + \text{ن ص}_1}{\text{م} + \text{ن}} \right)$

مثال (١)

إذا كان أ (−٥، ٣)، ب (٧، −٤). فأوجد نقطة تقسيم $\overline{\text{أب}}$ من جهة أ بنسبة ١ : ٣ من الداخل.

التاريخ / / ٢٠

مثال (٢)

إذا كان أ (٢، ٤) ، ب (٥، ٩)،

ويراد تقسيم $\overline{\text{أ ب}}$ من الداخل من جهة ب في نقطة جـ بنسبة ٣:٥ .

أوجد إحداثيات النقطة جـ.

حاول أن تحل

١ إذا كان أ (٣، −٤) ، ب (−٢، ٣). فأوجد جـ بحيث ٢ أ جـ = جـ ب ، جـ ∈ $\overline{\text{أ ب}}$.

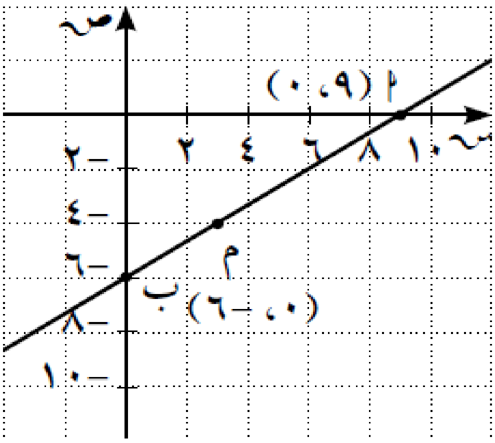
[إرشاد: أ جـ : جـ ب = ١ : ٢]

التاريخ   /   /   ٢٠

حاول أن تحل

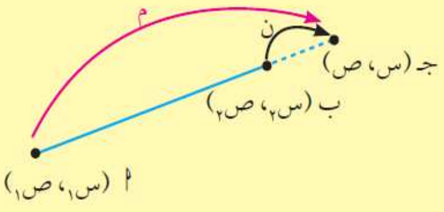
٢ لتكن أ(٢، −٣)، ب(−٤، ٧). أوجد إحداثيات النقطة جـ على أب بحيث: ٧جـب = ٢جـأ.

المستقيم الموضح بالشكل يقطع محوري الإحداثيات في النقطتين أ، ب على الترتيب. أوجد إحداثيي م التي تقسم أب من الداخل من جهة أ بنسبة ٢ : ١



التاريخ   /   /   ٢٠

٢ – التقسيم من الخارج



وبصفة عامة:

إذا كانت أ (س١، ص١) ، ب (س٢، ص٢) فإن النقطة جـ (س، ص) التي تقسم أب من الخارج بنسبة ن: م من جهة ب تكون إحداثياتها: $س = \frac{م\,س_٢ - ن\,س_١}{م - ن}$

$$ص = \frac{م\,ص_٢ - ن\,ص_١}{م - ن}$$

مثال (٤)

إذا كان أ (١، ٤) ، ب (–٢، ١)، ويراد تقسيم أب من الخارج جهة أ في نقطة جـ بنسبة ٢:٣.
أوجد إحداثيات النقطة جـ.

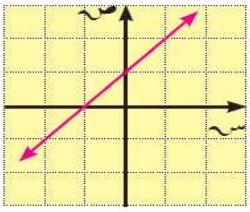
حاول أن تحل

٤ لتكن أ (–٢، ٢) ، ب (٣، ١). أوجد إحداثيات النقطة جـ التي تقسم أب من الخارج من جهة ب بنسبة ٣: ٨ .

التاريخ   /   /   ٢٠

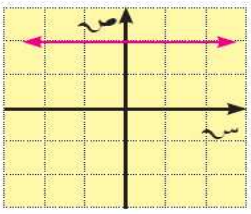
٩ــ٣ (أ) ميل الخط المستقيم

$$\text{الميل} = \frac{\text{التغيير الرأسي}}{\text{التغيير الأفقي}} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} \text{ ، } س_٢ - س_١ \neq ٠$$

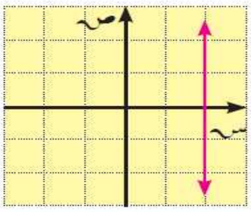


ميل المستقيم **موجب**

ميل المستقيم **سالب**



ميل المستقيم الأفقي
يساوي **صفرًا**



المستقيم الرأسي
ليس له **ميل**

مثال (٢)

أوجد ميل الخط المستقيم الذي يمر بالنقطتين أ(−٢، ١) ، ب(٥، ٧).

حاول أن تحل

٢ أوجد ميل الخط المستقيم الذي يمر بكل زوج من النقاط.

أ جـ(٢، ٥) ، د(٤، ٧)

ب ق(−١، ٤) ، ك(٣، −٢)

حاول أن تحل

٣ أثبت أن النقاط أ(٢، −١) ، ب(−١، ٥) ، جـ(٣، −٣) على استقامة واحدة.

مثال (٣)

نأخذ في المستوى الإحداثي النقاط: أ(١، −١) ، ب(٢، ٢) ، جـ(−١، −٧). أثبت أن النقاط أ، ب، جـ على استقامة واحدة.

تذكر أن العلاقة بين ظل الزاوية θ التي يصنعها مستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات وميل هذا المستقيم م

هي: م = ظا θ.

مثال: أوجد ميل المستقيم الذي يصنع زاوية قياسها ٦٠° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

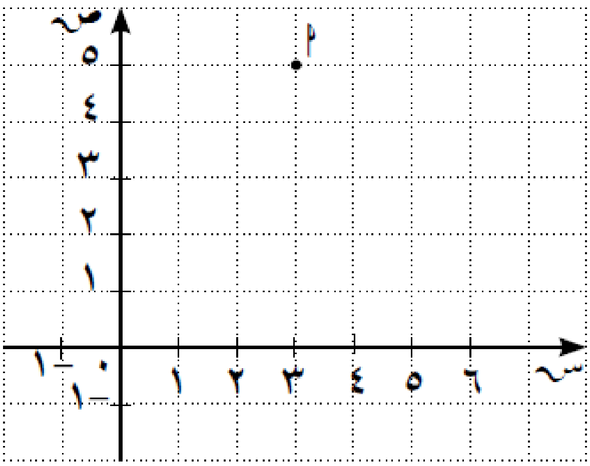
التاريخ / / ٢٠

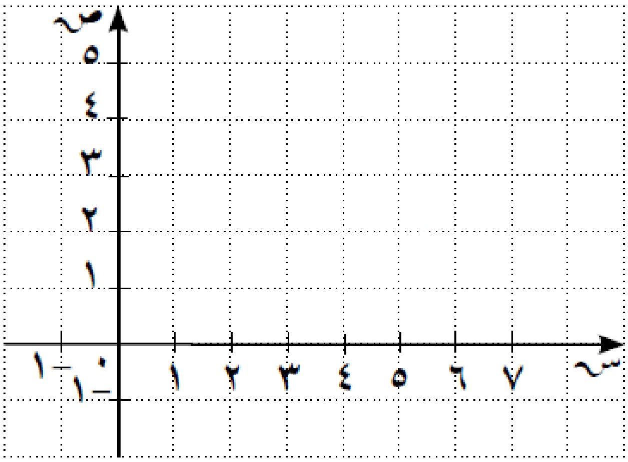
مثال : أثبت أن المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ٤٥° يوازي المستقيم: س = ص + ٧.

مثال : ارسم المستقيم المار بالنقطة المعطاة وميله المعطى كالتالي:

أ(٣، ٥)، الميل = ٢

ب(٥، ٢)، الميل = $\frac{-١}{٢}$





في التمارين (٢١-٢٤)، ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خطأ.

(٢١) من الممكن أن يكون لمستقيمين مختلفين الميل نفسه. (أ) (ب)

(٢٢) إن ميل المستقيم الذي يمر بالربع الثالث ونقطة الأصل هو دائمًا سالب. (أ) (ب)

(٢٣) لا يمر المستقيم الذي ميله يساوي صفرًا بنقطة الأصل. (أ) (ب)

(٢٤) نقطتين لديهما الإحداثي السيني نفسه، فإنهما ينتميان إلى المستقيم الرأسي نفسه. (أ) (ب)

التاريخ / / ٢٠

٩ـ٣ (ب) معادلة الخط المستقيم

- الميل (م).
- نقطة من نقاط المستقيم ولتكن (س$_١$، ص$_١$).

تكون معادلة المستقيم: ص − ص$_١$ = م(س − س$_١$).

معادلة المستقيم الرأسي هي س = أ (وهذا المستقيم ليس له ميل)

مثال (١)

اكتب معادلة الخط المستقيم الذي ميله $\frac{٣}{٢}$ و يمر بالنقطة (٤، −١).

---

١ اكتب معادلة الخط المستقيم الذي ميله $\frac{-٢}{٣}$ ويمر بالنقطة (−٦، ٥).

مثال (٢)

اكتب معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين أ(١، ٣)، ب(-٢، ٠).

---

٢ أوجد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين جـ(٣، -١)، د(٢، -٢).

التاريخ   /   /   ٢٠

مثال (٣)

إذا كان المستقيم ل: ص = ٢س + ١ ، فأوجد:

أ معادلة المستقيم هـ الموازي للمستقيم ل والذي يمر بالنقطة (٢، −٣).

---

٣ إذا كان المستقيم ك: ٣ص + س + ٣ = ٠، فأوجد:

أ معادلة المستقيم م الموازي للمستقيم ك والذي يمر بالنقطة (−٣، ٢).

مثال (٣)

إذا كان المستقيم ل: ص = ٢س + ١ ، فأوجد:

معادلة المستقيم ف العمودي على المستقيم ل والذي يمر بالنقطة (٤، -٣).

ب معادلة المستقيم ز العمودي على المستقيم ك والذي يمر بالنقطة (١، ٤).

مثال :

أوجد الصورة العامة لمعادلة الخط المستقيم المار بالنقطة أ(٥، ٧) والموازي للمستقيم المار بالنقطتين (٣، ٤)، (٢، ١).

مثال : أوجد معادلة الخط المستقيم

يقطع من الجزء الموجب لمحور السينات جزءًا طوله ٣ وحدات، ومن الجزء الموجب لمحور الصادات جزءًا طوله ٥ وحدات.

التاريخ / / ٢٠

٩ ــ ٤ البعد بين نقطة ومستقيم

إذا كانت معادلة المستقيم على الصورة ل: أ س + ب ص + جـ = ٠، فإن البعد ف بين النقطة د (س١، ص١) والمستقيم ل تعطى بالصيغة: ف = $\frac{|أ س_1 + ب ص_1 + جـ|}{\sqrt{أ^2 + ب^2}}$.

إذا كانت النقطة د تنتمي إلى المستقيم ل فالبعد بينهما يساوي صفرًا.

مثال (١)

أثبت أن النقطة هـ(٢، ١) لا تنتمي إلى المستقيم ل الذي معادلته: ص = ٣ س − ٤، ثمّ أوجد البعد بين المستقيم ل والنقطة هـ.

التاريخ   /   /   ٢٠

حاول أن تحل

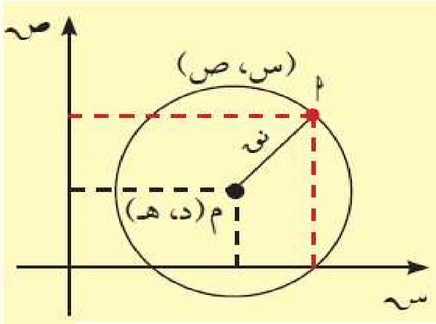
١ أوجد البعد بين المستقيم ل: ص = −س + ٣ والنقطة د(٢، ٥).

مثال (٢)

أوجد البعد من النقطة د(−٤، −٣) إلى المستقيم ل: ٢ص = ٣ س − ٧.

التاريخ   /   / ٢٠

٩ ـ ٥ معادلة الدائرة



$$(س - د)^٢ + (ص - هـ)^٢ = نق^٢$$

تسمّى هذه الصورة القياسية لمعادلة الدائرة بمعلومية المركز م(د، هـ) وطول نصف القطر نق.

مثال (١)

أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٣، −٢) وطول نصف قطرها ٧ وحدات.

مثال (٣)

أوجد معادلة الدائرة التى مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٤ وحدات.

٥ أوجد مركز وطول نصف قطر الدائرة التي معادلتها:

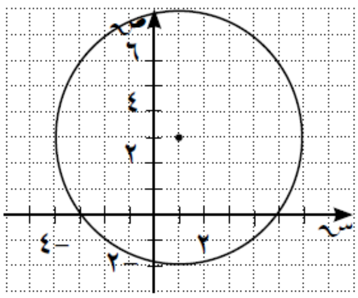
أ $س^٢ + ص^٢ = ٤٩$.

ب $(س - ٤)^٢ + (ص + ٥)^٢ = ٣٦$.

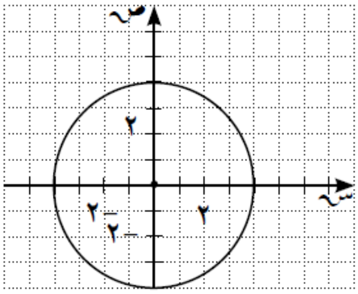
التاريخ   /   / ٢٠

(٣) اكتب معادلة كل دائرة في كل من الأشكال التالية:

(أ)



(ب)



حاول أن تحل

٤ أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٣، ٤) وتمس محور الصادات.

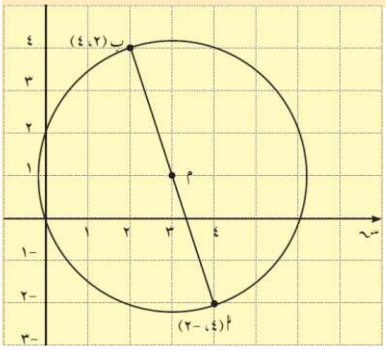
محور السينات هو مماس للدائرة عند النقطة (-٣، ٠)، ومركز الدائرة هو (-٣، ٤). أوجد معادلة هذه الدائرة.

(٤) اكتب معادلة كل دائرة حيث:

(أ) المركز (٠، ٤) وتمرّ بالنقطة (٣، ٤).

مثال (٢)

أوجد معادلة دائرة قطرها $\overline{\text{أب}}$ حيث أ(٤، −٢)، ب(٢، ٤).



التاريخ / / ٢٠

٢ أوجد معادلة دائرة قطرها $\overline{أب}$ حيث أ(-٣، ٦) ، ب(١، -٢).

(٨) طول قطر الدائرة التي معادلتها (س − ١)^{٢} + (ص + ١)^{٢} = ٤ هو:

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ١٦

الصورة العامة لمعادلة الدائرة

$س^٢ + ص^٢ + ل\,س + ك\,ص + ب = ٠$ ، حيث ل، ك، ب ثوابت
وتسمى الصورة العامة لمعادلة الدائرة التي مركزها $\left(\frac{-ل}{٢}, \frac{-ك}{٢}\right)$
طول نصف قطرها $نق = \frac{١}{٢}\sqrt{ل^٢ + ك^٢ - ٤ب}$. حيث $ل^٢ + ك^٢ - ٤ب > ٠$

الصورة العامة: $س^٢ + ص^٢ + ل\,س + ك\,ص + ب = ٠$ هي معادلة دائرة ونلاحظ التالي:

١ إنها معادلة من الدرجة الثانية في س، ص.

٢ معامل $س^٢$ = معامل $ص^٢$.

٣ لا يوجد الحد الذي يتضمن س ص.

ملاحظة

عندما يكون لدينا معادلة على الصورة العامة التالية: $س^٢ + ص^٢ + ل\,س + ك\,ص + ب = ٠$
يمكننا معرفة ما تمثله بيانيًّا هذه المعادلة بمجرد مقارنة
$ل^٢ + ك^٢ - ٤ب$ مع الصفر.

١ عندما $ل^٢ + ك^٢ - ٤ب < ٠$ فإن المعادلة لا تمثل معادلة دائرة.

٢ عندما $ل^٢ + ك^٢ - ٤ب = ٠$ فإن المعادلة تمثل نقطة.

٣ عندما $ل^٢ + ك^٢ - ٤ب > ٠$ فإن المعادلة تمثل دائرة.

مثال (٦)

عيّن مركز وطول نصف قطر الدائرة الممثلة بالمعادلة: $٣س^٢ + ٣ص^٢ - ٦س + ٩ص - ١٢ = ٠$

حاول أن تحل

٦ عيّن مركز وطول نصف قطر الدائرة الممثلة بالمعادلة: $٢س^٢ + ٢ص^٢ - ١٢س - ٤ص - ٣٠ = ٠$

حاول أن تحل

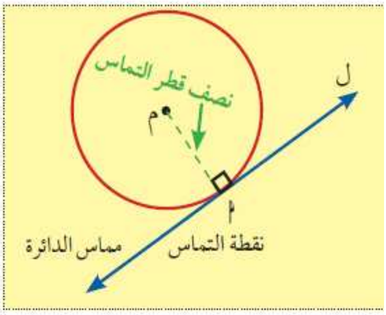
٧ هل كل معادلة مما يلي تمثل معادلة دائرة؟ فسّر.

أ $س^٢ + ص^٢ - ٤س + ٧ص + ١٧ = ٠$

ب $س^٢ + ص^٢ + ٥س - ٦ص - ٤ = ٠$

جـ $س^٢ + ص^٢ - ٢س - ٢ص + ٢ = ٠$

معادلة مماس لدائرة



مثال (٨)

أوجد معادلة مماس دائرة معادلتها:

(س − ١)^{٢} + (ص − ٢)^{٢} = ٥ عند نقطة التماس أ(٣، ١).

حاول أن تحل

٨ أوجد معادلة مماس دائرة معادلتها (س − ٢)^{٢} + (ص − ١)^{٢} = ٢٥ عند النقطة أ(٦، ٤).

التاريخ / / ٢٠

حاول أن تحل

٩ أثبت أن النقطة أ (١، ١) تنتمي إلى الدائرة التي مركزها و ، معادلتها: $س^2 + ص^2 + ٦س + ٨ص - ١٦ = ٠$، ثم أوجد معادلة المماس لهذه الدائرة عند هذه النقطة.