

تم تحميل هذا الملف من موقع ملفات الكويت التعليمية



[com.kwedufiles.www//:https](https://www.kwedufiles.com)

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف العاشر اضغط هنا

<https://kwedufiles.com/10>

* للحصول على جميع أوراق الصف العاشر في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

<https://kwedufiles.com/10math>

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف العاشر في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثاني اضغط هنا

<https://www.kwedufiles.com/10math2>

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف العاشر اضغط هنا

<https://www.kwedufiles.com/grade10>

* لتحميل جميع ملفات المدرس قسم الرياضيات اضغط هنا

[bot_kwlinks/me.t//:https](https://t.me/bot_kwlinks)

للحصول على جميع روابط الصفوف على تلغرام وفيسبوك من قنوات وصفحات: اضغط هنا

الروابط التالية هي روابط الصف العاشر على مواقع التواصل الاجتماعي

مجموعة الفيسبوك

صفحة الفيسبوك

مجموعة التلغرام

بوت التلغرام

قناة التلغرام

رياضيات على التلغرام



وزارة التربية

الإدارة العامة لمنطقة الفروانية التعليمية

ثانوية سلمان الفارسي للبنين

قسم الرياضيات

أوراق عمل الصف العاشر

الفصل الدراسي الثاني

* الوحدة السابعة *

* تنظيم البيانات في مصفوفات *

هذه الأوراق لا تغني عن الكتاب المدرسي

إعداد قسم الرياضيات

تنظيم البيانات في مصفوفات

٧-١

تعريف

المصفوفة هي تنظيم من الأعداد المرتبة في صفوف وأعمدة.

مثال:

١ اكتب رتبة كل مصفوفة مما يلي:

$$\begin{bmatrix} ٠ & ١٠ \\ ٥- & ١ \\ ٩ & ٠,٦ \end{bmatrix} = \underline{\text{ج}}$$

$$\underline{\text{ب}} = [١٠ \quad ٣ \quad ٨-]$$

$$\underline{\text{د}} = \begin{bmatrix} ٠ & ٥ & ٤ \\ ٧ & ٠,٥ & ٢- \end{bmatrix}$$

ترميز عناصر المصفوفة

العنصر في الصف الأول والعمود الثالث: $٣١^{\text{د}}$

$$\begin{bmatrix} ٣١^{\text{د}} & ٢١^{\text{د}} & ١١^{\text{د}} \\ ٣٢^{\text{د}} & ٢٢^{\text{د}} & ١٢^{\text{د}} \\ ٣٣^{\text{د}} & ٢٣^{\text{د}} & ١٣^{\text{د}} \end{bmatrix} = \underline{\text{د}}$$

مثال (٣)

اكتب قيمة كل عنصر مما يلي:

$$\begin{bmatrix} ٤ & ٥ & ١ & ١٢ \\ ٣,٥ & ٢ & ٦ & ٢ \\ ٤- & ١ & ٠ & ١ \end{bmatrix}$$

في المصفوفة: $\underline{\text{ب}} =$

ب ١١ ج

ب ١٣ د

ب ٢٢ أ

مثال (٤)

صنّف كلّاً من المصفوفات التالية:

$$\begin{bmatrix} ١ \\ ٣ \\ ٠,٢ \end{bmatrix} = \underline{\underline{\text{ب}}}$$

$$\begin{bmatrix} ٠ & ٥- & ١ \\ ٧ & ٤ & ٠ \\ ٨ & ٢ & ٣ \end{bmatrix} = \underline{\underline{\text{پ}}}$$

$$\begin{bmatrix} ١,٤ & ٣ & ٢- \\ ٥ & ٨ & ١٢ \end{bmatrix} = \underline{\underline{\text{د}}}$$

$$\underline{\underline{\text{ج}}} = [٥- \quad ٤ \quad ٣]$$

المصفوفات المتساوية:

مثال (٥)

هل المصفوفتان $\underline{\underline{\text{پ}}}$ ، $\underline{\underline{\text{ب}}}$ متساويتان؟ فسّر. $\underline{\underline{\text{پ}}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & ٠,٧٥- \\ ٢- & \frac{1}{٢} \end{bmatrix}$ ، $\underline{\underline{\text{ب}}} = \begin{bmatrix} ٠,٢ & \frac{٣-}{٤} \\ ٢- & ٠,٥ \end{bmatrix}$

الحل:

مثال (٦)

إذا كانت: $\begin{bmatrix} ٢٥ & ٤ \\ ٣ & ١٨+ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥-٢س & ٤ \\ ٣ & ١٢+ص٣ \end{bmatrix}$ فأوجد قيمة كل من س، ص.

٦ أ إذا كانت $\begin{bmatrix} ٥ & ٨+س \\ ٣ & -ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥ & ٣٨ \\ ١٠-ص٤ & ٣ \end{bmatrix}$ فأوجد قيمة كل من س، ص.

أوجد قيم المتغيرات بحيث تكون المصفوفتان متساويتين.

$$\begin{bmatrix} ٢ص - ٢ & ٤ \\ ١٥ + ك & ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤س + ٤ & ٥ - ص \\ ٥ - ك & ٦ + ل \end{bmatrix}$$

جمع وطرح المصفوفات

مثال (۱)

$$\begin{bmatrix} 3- & 9 & 3 \\ 12 & 6 & 9- \end{bmatrix} = \underline{\underline{ج}} \quad \begin{bmatrix} 1 & 3- \\ 4- & 2 \\ 5 & 1- \end{bmatrix} = \underline{\underline{ب}} \quad \begin{bmatrix} 0 & 2- & 1 \\ 7 & 5- & 3 \end{bmatrix} = \underline{\underline{د}} \text{ إذا كانت}$$

فأوجد إن أمكن:

أ + م = ب ب + م = ج

وإذا لم يكن الجمع ممكنًا، فاذا ذكر السبب.

١ أوجد ناتج ما يلي:

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \\ 7 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 24 & 12 \\ 5 & 3 \\ 10 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \gamma & \gamma_- \\ \gamma_- & \gamma \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_- & \gamma \\ \gamma & \gamma_- \end{bmatrix} \quad (2)$$

خواص جمع المصفوفات

إذا كان \underline{A} ، \underline{B} ، \underline{C} مصفوفات من الرتبة $m \times n$ فإن:

خاصية الإقفال (الانغلاق)

$$\underline{A} + \underline{B} \text{ هي من الرتبة } m \times n$$

خاصية الإبدال Commutative

$$\underline{A} + \underline{B} = \underline{B} + \underline{A}$$

خاصية التجميع Associative

$$(\underline{A} + \underline{B}) + \underline{C} = \underline{A} + (\underline{B} + \underline{C})$$

المصفوفة الصفرية هي العنصر المحايد الجمعي من الرتبة $m \times n$

$$\underline{A} = \underline{A} + \underline{O} = \underline{O} + \underline{A}$$

خاصية المعكوس الجمعي (النظير الجمعي).

$$\underline{A} + (-\underline{A}) = \underline{O}$$

طرح المصفوفات

يمكن طرح المصفوفات باستخدام خاصية مصفوفة المعكوس الجمعي.

إذا كان للمصفوفتين \underline{A} ، \underline{B} الرتبة نفسها، فإن $\underline{A} - \underline{B} = \underline{A} + (-\underline{B})$.

ملاحظة: إذا كان $\underline{A} \neq \underline{B}$ ولهما الرتبة نفسها فإن: $\underline{A} - \underline{B} \neq \underline{B} - \underline{A}$ وبالتالي، عملية طرح المصفوفات ليست إبدالية.

مثال (٤)

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 4 & 2 & 2 \end{bmatrix}, \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

أوجد $\underline{A} - \underline{B}$ ، $\underline{B} - \underline{A}$

3



حل المعادلات المصفوفية

المعادلة المصفوفية

يمكنك استخدام خواص المساواة لحل المعادلات المصفوفية.

لأي مصفوفات \underline{A} ، \underline{B} ، \underline{C} لها الرتبة نفسها إذا كان: $\underline{A} = \underline{B}$ ، فإن: $\underline{A} + \underline{C} = \underline{B} + \underline{C}$ ، $\underline{A} - \underline{C} = \underline{B} - \underline{C}$.

مثال (۵)

حل المعادلة المصفوفية التالية:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 9 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} - \underline{\underline{\text{مس}}}$$

مثال: حل المعادلة

التاريخ / / ٢٠

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 5- \\ 2 & 0 & 2 \\ 3- & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 9 & 5 & 0 \\ 3- & 8 & 12 \end{bmatrix} + \underline{\underline{س}}$$

مثال: حل المعادلة

$$\begin{bmatrix} 20 & 14 \\ 0 & 5- \\ 19- & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 12 \\ 28 & 17 \\ 2 & 3- \end{bmatrix} + \underline{\underline{س}}$$

ضرب المصفوفات

٣-٧

مثال (١)

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \underline{\underline{ب}}, \quad \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix} = \underline{\underline{أ}}$$

فأوجد: $\underline{\underline{أ}} \cdot \underline{\underline{ب}}$ ، ثم $\underline{\underline{أ}} - \underline{\underline{ب}}$

$$\underline{\underline{أ}} + \underline{\underline{ب}}$$

خواص الضرب القياسي

إذا كان \underline{P} ، \underline{B} ، $\underline{0}$ مصفوفات من الرتبة $m \times n$. \underline{K} ، \underline{D} عددان قياسيان. فإن:

خاصية الإغلاق

• \underline{K} : مصفوفة من الرتبة $m \times n$

خاصية التجميع للضرب

• $(\underline{K} \underline{D}) \underline{P} = \underline{K} (\underline{D} \underline{P})$

خاصية التوزيع من اليمين

• $\underline{K} (\underline{B} + \underline{P}) = \underline{K} \underline{B} + \underline{K} \underline{P}$

خاصية التوزيع من اليسار

• $(\underline{B} + \underline{P}) \underline{K} = \underline{B} \underline{K} + \underline{P} \underline{K}$

خاصية الضرب في صفر

• $\underline{0} = \underline{P} \times \underline{0}$

مثال (٣)

$$\begin{bmatrix} 0 & 10 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + 2$$

حل المعادلة: $\underline{4}$ س + ٢

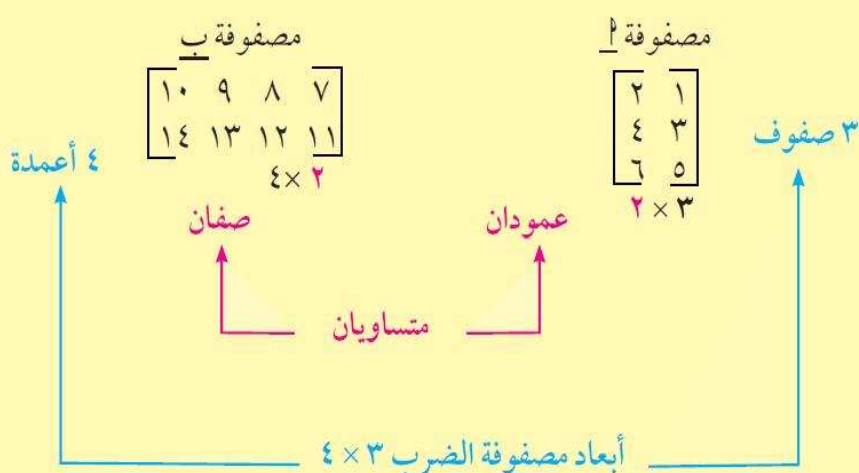
مثال : حل المعادلة

التاريخ / / ٢٠

$$\begin{bmatrix} ٨ & ٠ & ١٠ \\ ١٠ & ١٨- & ١٩- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١- & ٠ & ٧ \\ ٤ & ٣- & ٢ \end{bmatrix} + \text{ب} - ٣ \text{س}$$

ضرب المصفوفات :

المصفوفة ب هي مصفوفة من الرتبة $\text{م} \times \text{ن}$ والمصفوفة ب هي مصفوفة من الرتبة $\text{ن} \times \text{ر}$ ، عندئذٍ مصفوفة الضرب $\text{ب} \times \text{ب}$ هي مصفوفة من الرتبة $\text{م} \times \text{ر}$.



تكون مصفوفة الضرب معرفة إذا كان عدد الأعمدة في المصفوفة الأولى مساوياً لعدد الصفوف في المصفوفة الثانية.

$$\text{ب} \times \text{ب} = \text{ج} \times \text{ر}$$

مثال (٥)

$$\text{بفرض } \underline{A} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 8 & 1- \\ 0 & 4 \end{bmatrix}, \underline{B} = \begin{bmatrix} 0 & 8 \\ 5- & 2 \end{bmatrix}$$

حدّد ما إذا كانت كل من نواتج الضرب: $\underline{B} \times \underline{A}$ ، $\underline{A} \times \underline{B}$ معرفة أو غير معرفة.
أوجد رتبة كل مصفوفة ضرب معرفة.

أوجد ناتج ضرب كل مما يلي:

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4- \end{bmatrix}$$

لضرب المصفوفات بعض خصائص ضرب الأعداد

خواص ضرب المصفوفات المربعة

إذا كانت \underline{P} ، \underline{B} ، \underline{J} مصفوفات من الرتبة $m \times m$. فإن:

$$\bullet \underline{P} \times \underline{B} : \text{مصفوفة من الرتبة } m \times m.$$

خاصية التجميع للضرب

$$\bullet (\underline{B} \times \underline{J}) \times \underline{P} = \underline{B} \times (\underline{J} \times \underline{P})$$

خاصية التوزيع

$$\bullet \underline{J} \times \underline{P} + \underline{B} \times \underline{P} = (\underline{J} + \underline{B}) \times \underline{P}$$

$$\bullet \underline{P} \times \underline{J} + \underline{P} \times \underline{B} = \underline{P} \times (\underline{J} + \underline{B})$$

خاصية الضرب في الصفر

$$\bullet \underline{0} \times \underline{P} = \underline{0} \times \underline{P} \times \underline{P} = \underline{P} \times \underline{0} \times \underline{P}$$

مثال (٦)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \underline{P} \text{ إذا كانت } \underline{P}$$

أوجد: \underline{P}^2 ، \underline{P}^3

مصفوفات الوحدة والنظير الضربي (المعكوسات)

٧ - ٤

مصفوفة الوحدة Identity Matrix

المصفوفة المربعة التي عناصر قطرها الرئيسي ١، وبقية العناصر صفر تسمى مصفوفة الوحدة للضرب. ويرمز إليها بـ \underline{O} .

$$\underline{O}_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \underline{O}_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{P} = \underline{P} \times \underline{O} = \underline{O} \times \underline{P}$$

$\underline{O} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ هي العنصر المحايد الضربي للمصفوفات المربعة من الرتبة الثانية

النظير الضربي Multiplicative Inverse

إذا كانت \underline{P} ، \underline{S} مصفوفتين مربعيتين من الرتبة نفسها بحيث يكون $\underline{P} \times \underline{S} = \underline{O}$ ، فإن \underline{S} هي النظير الضربي للمصفوفة \underline{P} ويرمز إليها بـ \underline{P}^{-1} .

$$\text{إذا } \underline{P} \times \underline{P}^{-1} = \underline{P}^{-1} \times \underline{P} = \underline{O}$$

مثال (١)

أثبت أن $\underline{B} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ هي النظير الضربي للمصفوفة $\underline{A} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$.

$$\text{محدد المصفوفة المربعة} \begin{bmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{ج} & \text{د} \end{bmatrix} \text{ هو } \text{أد} - \text{بج}$$

$$\text{نكتب } \begin{vmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{ج} & \text{د} \end{vmatrix} = \text{أد} - \text{بج}$$

تسمى المصفوفة التي محددها يساوي الصفر بالمصفوفة المنفردة

مثال (٢)

أوجد محدد كل من المصفوفات التالية: $\text{أ} = \begin{bmatrix} ٤ & ٣ \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix}$ $\text{ب} = \begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix}$ $\text{ج} = \begin{bmatrix} ٠ & \text{س} \\ \text{س} & ٠ \end{bmatrix}$

مثال (٣)

إذا كانت المصفوفة $\text{أ} = \begin{bmatrix} ٤ & \text{س} \\ ٦ & ١٢ \end{bmatrix}$ منفردة أوجد قيمة س.

حاول أن تحل

٣ إذا كانت المصفوفة $B = \begin{bmatrix} 10 & 5 \\ 2s & -4 \end{bmatrix}$ منفردة، أوجد قيمة s .

مثال (٤)

هل للمصفوفة: $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$ نظير (معكوس) ضربى؟ في حالة الإيجاب أوجده.

حدّد أي مصفوفة مما يلي لها نظير (معكوس) ضربّي، ثم أوجدّه.

ب) $\underline{\text{ن}} = \begin{bmatrix} ٩ & ٣ \\ ٦ & ٢ \end{bmatrix}$

أ) $\underline{\text{م}} = \begin{bmatrix} ٢ & ٢- \\ ٤- & ٥ \end{bmatrix}$

مثال: حل المعادلة الآتية

$$\begin{bmatrix} ١٦ & ٣١ \\ ١٢ & ٢٧ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & ٥ \\ ٤ & ٧ \end{bmatrix} \times \underline{\text{س}}$$

حل نظام من معادلتين خطيتين

٥-٧

١- الحل باستخدام المعكوس الضربي للمصفوفة المربعة:

مثال (١)

حلّ النظام:
$$\begin{cases} \text{س} + \text{ص} = ٣ \\ \text{س} - \text{ص} = ٧ \end{cases}$$
 باستخدام النظير الضربي للمصفوفة.

حاول أن تحل

١ حلّ النظام:
$$\begin{cases} ٥س + ٣ص = ٧ \\ ٣س + ٢ص = ٥ \end{cases}$$
 باستخدام النظير الضربي للمصفوفة.

٢ - استخدام قاعدة كرامر (المحددات) لحل معادلتين خطيتين:

مثال (٢)

$$\left. \begin{array}{l} ٠ = ٧ + ٥ص - ٤س \\ ٠ = ٣ + ٦س - ٣ص \end{array} \right\} \text{استخدم قاعدة كرامر لحل النظام:}$$

حاول أن تحل

٢ استخدم قاعدة كرامر لحلّ النظام:
$$\left. \begin{array}{l} ٦ - = ٢ص + ٣س \\ ٠ = ٧ - ٣ص - ٤س \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2s + v = 4 \\ 3s - v = 6 \end{array} \right\} \text{استخدم قاعدة كرامر لحل نظام معادلات.}$$

مثال: حل المعادلة الآتية $4s + 3 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2- & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 10 \\ 2- & 5 \end{bmatrix}$