

وزارة التربية  
الإدارة العامة لمنطقة الأحمدية  
التعليمية  
العام الدراسي ٢٠٢٥ - ٢٠٢٦ م

# دورة التدريب على محتوى وتخطيط الوحدة الثانية ( التحليل والمعادلات ) للف الصف التاسع للمرحلة المتوسطة

إعداد وتقديم الموجهة الفنية : حنان حولي



# الوحدة التعليمية الثانية



## التحليل والمعادلات

### عالم الصناعة

لعبت الصناعة مصدرًا من أهم مصادر الدخل في دولة الكويت ، وحيث إن الكويت بلدًا مصدّرًا للنفط كان لا بد من وجود مصانع كثر كثة الصناعات الهندسية الثقيلة وبناء السفن ( HEISCO ) حيث تأسست عام ١٩٧٤ م. ومقرّها في الشويخ ، ومن أنشطتها :

- بناء وإصلاح السفن وأعمال الترسية .
- تصنيع الهياكل المعدنية والمبادلات الحرارية والخزانات .
- التنفيذ الهندسي الشامل في مشاريع النفط والغاز والبتروكيماويات .
- أعمال الإنشاء المدني والصيانة الصناعية وخدمات الشحن والتفتيش الفني والإشعاعي والحلول اللوجستية .

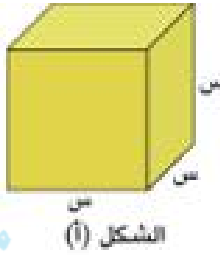
## عالم الصناعة

تعدّ الصناعة مصدرًا من أهمّ مصادر الدخل في دولة الكويت ؛ وحيث إنّ الكويت بلدًا مصدّرًا للنفط كان لا بدّ من وجود مصانع كثر كثة الصناعات الهندسية الثقيلة وبناء السفن ( HEISCO ) حيث تأسست عام ١٩٧٤ م. ومقرّها في الشويخ ، ومن أنشطتها :

- بناء وإصلاح السفن وأعمال الترسية .
- تصنيع الهياكل المعدنية والمبادلات الحرارية والخزانات .
- التنفيذ الهندسي الشامل في مشاريع النفط والغاز والبتروكيماويات .
- أعمال الإنشاء المدني والصيانة الصناعية وخدمات الشحن والتفتيش الفني والإشعاعي والحلول اللوجستية .

## لهذا نلاحظ أن جميع المسائل الحياتية تتعلق

### بالمساحة



الشكل (أ)

موقع

المناهج الكويتية

almanahj.com/kw

أنتج مصنع للإسفننج قطعة مكعبة الشكل طول حرفها ( س ) وحدة طول ، كما في الشكل ( أ ) .

ومن أحد رؤوسها تم قطع مكعب صغير طول حرفه ( ص ) وحدة طول ، كما في الشكل ( ب ) .

• أحسب كلاً من : حجم المكعب الكبير = ..... × ..... × ..... = وحدة مكعبة



٣ يُنتج مصنع للألومينيوم نوافذ مختلفة الأشكال ،

إحدى هذه النوافذ مستطيلة الشكل مساحة سطحها الأمامي

يساوي ( س<sup>٢</sup> + ٩ س + ٢٠ ) وحدة مربعة .

أوجد بعدي السطح الأمامي للنافذة بدلالة س .

## الوحدة التعليمية الثانية التحليل والمعادلات

رقم الصفحة	المحتوى
٦٦	معايير المنهج ومؤشرات الأداء للوحدة التعليمية الثانية
٦٧	مخطّط تنظيمي للوحدة التعليمية الثانية
٦٨	هل أنت مستعدّ؟ للوحدة التعليمية الثانية
٧٠	(١ - ٢) تحليل الفرق بين مكعبين أو مجموعهما
٧٥	(٢ - ٢) تحليل الحدودية الثلاثية : $س^٢ + ب س + ج$
٨١	(٣ - ٢) تحليل الحدودية الثلاثية : $س^٢ + ب س + ج = ٠$
٨٦	(٤ - ٢) تحليل المربّع الكامل
٩٤	(٥ - ٢) تحليل الحدودية الرباعية
٩٨	(٦ - ٢) حلّ معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد
١٠٦	تقويم الوحدة التعليمية الثانية
١١٣	المشروع الأوّل

## محتوى الوحدة التعليمية الثانية

تحتوي الوحدة على 6 بنود  
بالإضافة إلى تقويم الوحدة  
ومشروع الوحدة

مجموع الحصص  
16 حصة

يقيم المشروع  
في الأسبوع 12

الوحدة التعليمية الثانية  
التحليل والمعادلات

محتوى  
الوحدة التعليمية الثانية

رقم الصفحة	المحتوى
٦٦	معايير المنهج ومؤشرات الأداء للوحدة التعليمية الثانية
٦٧	مخطّط تنظيمي للوحدة التعليمية الثانية
٦٨	هل أنت مستعدّ؟ للوحدة التعليمية الثانية
٧٠	(١ - ٢) تحليل الفرق بين مكعبين أو مجموعتهما
٧٥	(٢ - ٢) تحليل الحدودية الثلاثية : $س^٢ + ب س + ج$
٨١	(٣ - ٢) تحليل الحدودية الثلاثية : $س^٢ + ب س + ج = ٠$
٨٦	(٤ - ٢) تحليل المربّع الكامل
٩٤	(٥ - ٢) تحليل الحدودية الرباعية
٩٨	(٦ - ٢) حلّ معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد
١٠٦	تقويم الوحدة التعليمية الثانية
١١٣	المشروع الأوّل

## معايير المنهج ومؤشرات الأداء للوحة التعليمية الثانية

مؤشر الأداء	معايير المنهج	المجال
العمل الجماعي - الاستكشاف والتقصي - التذكر - التعرف - الفهم - المقارنة والتمييز - التمثيل - النمذجة - التحليل والتركيب - القوانين	تمثيل وتحليل المواقف والبشر الرياضية باستخدام الرموز الجبرية .	العد والجبر
التعاون - المشاركة - الاستنتاج - الترميز والبرمجة - حل المشكلات - الاستدلال - القيادة - اتخاذ القرار - الاستكشاف والتقصي	فهم الأنماط والعلاقات والدوال .	

المجال

## معايير المنهج ومؤشرات الأداء للوحدة التعليمية الثانية

معايير  
المنهج

مؤشر الأداء	معايير المنهج	المجال
العمل الجماعي - الاستكشاف والتقضي - التذكر - التعرف - الفهم - المقارنة والتمييز - التعليل - التمذجة - التحليل والتركيب - القوانين	تمثيل وتحليل المواقف والبس الرياضية باستخدام الرموز الجبرية .	العذ والجبر
التعاون - المشاركة - الاستنتاج - الترميز والبرمجة - حل المشكلات - الاستدلال - القيادة - اتخاذ القرار - الاستكشاف والتقضي	فهم الأنماط والعلاقات والدوال .	

## معايير المنهج ومؤشرات الأداء للوحة التعليمية الثانية

مؤشر الأداء	معايير المنهج	المجال
العمل الجماعي - الاستكشاف والتقصي - التذكر - التعرف - الفهم - المقارنة والتمييز - التمثيل - النمذجة - التحليل والتركيب - القوانين	تمثيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية باستخدام الرموز الجبرية .	العد والجبر
التعاون - المشاركة - الاستنتاج - الترميز والبرمجة - حل المشكلات - الاستدلال - القيادة - اتخاذ القرار - الاستكشاف والتقصي	فهم الأنماط والعلاقات والدوال .	

### مؤشرات الأداء

- يستكشف .....
- يتذكر .....
- يقارن .....
- يمثل .....
- يتعرف .....

## الوحدة التعليمية الثانية

### التحليل والمعادلات

رقم الصفحة	المحتوى
٦٦	معايير المنهج ومؤشرات الأداء للوحدة التعليمية الثانية
٦٧	مخطط تنظيمي للوحدة التعليمية الثانية
٦٨	هل أنت مستعدّ؟ للوحدة التعليمية الثانية
٧٠	(١ - ٢) تحليل الفرق بين مكعبين أو مجموعتهما .....
٧٥	(٢ - ٢) تحليل الحدودية الثلاثية : $س^٣ + ب س + ج$ .....
٨١	(٣ - ٢) تحليل الحدودية الثلاثية : $س^٣ + ب س + ج - ١$ .....
٨٦	(٤ - ٢) تحليل المربّع الكامل .....
٩٤	(٥ - ٢) تحليل الحدودية الرباعية .....
٩٨	(٦ - ٢) حلّ معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد .....
١٠٦	تقويم الوحدة التعليمية الثانية .....
١١٣	المشروع الأوّل .....

## محتوى الوحدة التعليمية الثانية

## مخطّط تنظيمي للوحدة التعليمية الثانية

### التحليل والمعادلات

حلّ معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد

### التحليل

الحدودية الرباعية

الحدودية الثلاثية

الفرق بين مكعبين أو مجموعهما

المربّع الكامل

على الصورة  $٢س^٢ + ب س + ج : ١ \neq ٢$

على الصورة  $٢س^٢ + ب س + ج$

## الوحدة التعليمية الثانية

### التحليل والمعادلات

رقم الصفحة	المحتوى
٦٦	معايير المنهج ومؤشرات الأداء للوحدة التعليمية الثانية
٦٧	مخطّط تنظيمي للوحدة التعليمية الثانية
٦٨	هل أنت مستعد؟ للوحدة التعليمية الثانية
٧٠	(١ - ٢) تحليل الفرق بين مكعبين أو مجموعتهما
٧٥	(٢ - ٢) تحليل الحدودية الثلاثية : $س^٣ + ب س + ج$
٨١	(٣ - ٢) تحليل الحدودية الثلاثية : $س^٣ + ب س + ج - ١$
٨٦	(٤ - ٢) تحليل المربّع الكامل
٩٤	(٥ - ٢) تحليل الحدودية الرباعية
٩٨	(٦ - ٢) حلّ معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد
١٠٦	تقويم الوحدة التعليمية الثانية
١١٣	المشروع الأوّل

## محتوى الوحدة التعليمية الثانية

# يراجع مفاهيم سابقة نحتاجها في تدريس الوحدة

1- إيجاد العامل المشترك الأكبر

2- تحليل حدانية

3- إختصار الأسس

هل أنت مستعد؟

1 أوجد العامل المشترك الأكبر (ع . م . ج) لكل من  $10x^2$  و  $14x^3$

2 حل ما يلي تحليلًا تامًا :  $x^2 - 4$

3 أوجد ناتج كل من  $\frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 - 4}$  و  $\frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 - 4}$

4 إختصر ما يلي :  $\frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 - 4}$

5 (من ٦ من ٨٠)

6 (من ٦ من ٨٠)

هل أنت مستعد؟

## يراجع مفاهيم سابقة نحتاجها في تدريس الوحدة

4- إيجاد ناتج ضرب حد في حدودية  
وحدودية في أخرى

5- إيجاد مجموعة حل معادلة

6- إيجاد مساحة مربع طول ضلعه  
حدانية

7- إيجاد مساحة مستطيل أبعاده حدانية

أوجد ناتج كل مما يلي :

1 س (س + 3)      2 س (س - 3) × (س + 3)

3 س (س - 3) × (س + 3)      4 س (س + 3) × (س - 3)

5 س (س - 3) × (س + 3) × (س - 3)      6 س (س + 3) × (س - 3) × (س + 3)

7 س (س - 3) × (س + 3) × (س - 3) × (س + 3)

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية في ح :

1 س + 6 = 5 + س      2 س - 16 = 0

أوجد مساحة منطقة مربعة طول ضلعها (س - 3) سم .

منطقة مستطيلة أبعادها موضحة في الشكل المقابل . أوجد مساحتها .

س (س + 1) سم      س (س + 5) سم

هل أنت مستعد ؟

موقع المناهج الكويتية nahj.com/kw

## الوحدة التعليمية الثانية

### التحليل والمعادلات

رقم الصفحة	المحتوى
٦٦	معايير المنهج ومؤشرات الأداء للوحدة التعليمية الثانية
٦٧	مخطّط تنظيمي للوحدة التعليمية الثانية
٦٨	هل أنت مستعدّ ؟ للوحدة التعليمية الثانية
٧٠	(2-1) تحليل الفرق بين مكعبين أو مجموعهما
٧٥	(2-2) تحليل الحدودية الثلاثة : $س^2 + ب س + ج -$ (حصتين)
٨١	(2-3) تحليل الحدودية الثلاثة : $أس^2 + ب س + ج -$ ، $أ = 1$ (حصتين)
٨٦	(2-4) تحليل المربع الكامل (3 حصص)
٩٤	(205) تحليل الحدودية الرباعية (حصتين)
٩٨	(2-6) حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد (4)
١٠٦	تقويم الوحدة التعليمية الثانية (حصه واحده)
١١٣	المشروع الأول (----)

## محتوى الوحدة التعليمية الثانية

## تحليل الفرق بين مكعبين أو مجموعهما

### Factorising the Difference Between Two Cubes or Their Sum

١ - ٢

سوف تتعلم: تحليل الفرق بين مكعبين وتحليل مجموع مكعبين.

#### الضوابط والمفردات:

Sum of Two Cubes	مجموع مكعبين	Factorising Difference Between Two Cubes	تحليل الفرق بين مكعبين
------------------	--------------	--	------------------------

#### استكشف 66



أنتج مصنع للإسفنجة قطعة مكعبة الشكل طول حرفها (س) وحدة طول، كما في الشكل (أ) ومن أحد رؤوسها تم قطع مكعب صغير طول حرفه (س) وحدة طول، كما في الشكل (ب).



• أحسب كلًا من: حجم المكعب الكبير = ..... × ..... × ..... وحدة مكعبة  
حجم المكعب الصغير = ..... × ..... × ..... وحدة مكعبة  
حجم الجزء المتبقي = س<sup>3</sup> - س<sup>3</sup> وحدة مكعبة  
أستنى للقدار س<sup>3</sup> - س<sup>3</sup> فرقًا بين مكعبين، كما في الشكل (ج).



وكذلك يمكن التوصل إلى حجم الجزء المتبقي من قطعة الإسفنجة بتجزئتها إلى ثلاثة مجسمات (1)، (2)، (3) كل منها على شكل شبه مكعب معلومة أبعاده كما يلي:



حجم الجزء المتبقي = حجم الجزء (1) + حجم الجزء (2) + حجم الجزء (3)  
س<sup>3</sup> - س<sup>3</sup> = (س - س) (س - س) + (س - س) (س - س) + (س - س) (س - س)  
= (س - س) (س<sup>2</sup> + س<sup>2</sup> + س + س + س + س)

بند 1-2: على حصتين

## ١ - ٢ تحليل الفرق بين مكعبين أو مجموعهما Factorising the Difference Between Two Cubes or Their Sum

سوف تتلمذ: تحليل الفرق بين مكعبين وتحليل مجموع مكعبين.

### المصادر والمفردات:

Sum of Two Cubes	مجموع مكعبين	Factorising Difference Between Two Cubes	تحليل الفرق بين مكعبين
------------------	--------------	--	---------------------------

### 66 استكشف

أنتج مصنع الإسفنج قطعة مكعبة الشكل طول حرفها (س) وحدة طول، كما في الشكل (أ) ومن أحد رؤوسها تم قطع مكعب صغير طول حرفه (ص) وحدة طول، كما في الشكل (ب).  
 • المسبب كلاً من: حجم المكعب الكبير =  $s^3$  وحدة مكعبة  
 حجم المكعب الصغير =  $v^3$  وحدة مكعبة  
 حجم الجزء المتبقي =  $s^3 - v^3$  وحدة مكعبة  
 يُسمى المقدار  $s^3 - v^3$  فرقاً بين مكعبين، كما في الشكل (ج).



وكذلك يمكن التوصل إلى حجم الجزء المتبقي من قطعة الإسفنج بتجزئتها إلى ثلاثة مجسمات (1)، (2)، (3) كل منها على شكل شبه مكعب معلومة أبعاده كما يلي:



حجم الجزء المتبقي = حجم الجزء (1) + حجم الجزء (2) + حجم الجزء (3)  
 $s^3 - v^3 = (s-v)^3 + (s-v)v^2 + v^3$   
 $= (s-v)(s^2 + sv + v^2) + (s-v)v^2 + v^3$   
 $= (s-v)(s^2 + sv + v^2 + sv + v^2 + v)$

## معايير المنهج ومؤشرات الأداء للوحدة التعليمية الثانية

مؤشر الأداء	معايير المنهج	المجال
العمل الجماعي - الاستكشاف والنقضي - التذكر - التعرف - الفهم - المقارنة والتمييز - التمثيل - النمذجة - التحليل والتركيب - القوانين	تمثيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية باستخدام الرموز الجبرية.	العد والجبر
التعاون - المشاركة - الاستنتاج - الترميز والرمجة - حل المشكلات - الاستدلال - القيادة - اتخاذ القرار - الاستكشاف والنقضي	فهم الأتماط والعلاقات والدوال.	

المجال: العد والجبر

## معايير المنهج ومؤشرات الأداء للوحدة التعليمية الثانية

المجال	معايير المنهج	مؤشر الأداء
العَدّ والجبر	تمثيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية باستخدام الرموز الجبرية .	العمل الجماعي - الاستكشاف والنقضي - التذكر - التعرف - الفهم - المقارنة والتمييز - التمثيل - النمذجة - التحليل والتركيب - القوانين
	فهم الأنماط والعلاقات والدوال .	التعاون - المشاركة - الاستنتاج - الترميز والرمجة - حل المشكلات - الاستدلال - القيادة - اتخاذ القرار - الاستكشاف والنقضي

معيّار الدرس :

- تمثيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية

باستخدام الرموز الجبرية

- فهم الأنماط والعلاقات والهدا

## ١ - ٢ تحليل الفرق بين مكعبين أو مجموعهما

### Factorising the Difference Between Two Cubes or Their Sum

سوف تتلمّح : تحليل الفرق بين مكعبين وتحليل مجموع مكعبين .

#### الضاربات والمفردات :

Sum of Two Cubes	مجموع مكعبين	Factorising Difference Between Two Cubes	تحليل الفرق بين مكعبين
------------------	--------------	--	------------------------

#### 66 استكشف

أنتج مصنع الإسفنج قطعة مكعبة الشكل طول حرفها ( س ) وحدة طول ، كما في الشكل ( أ ) ومن أحد رؤوسها تم قطع مكعب صغير طول حرفه ( س ) وحدة طول ، كما في الشكل ( ب ) .

حجم المكعب الكبير =  $s \times s \times s$  وحدة مكعبة  
حجم المكعب الصغير =  $s \times s \times s$  وحدة مكعبة  
حجم الجزء المتبقي =  $s^3 - s^3$  وحدة مكعبة

يسمى المقدار  $s^3 - s^3$  فرقاً بين مكعبين ، كما في الشكل ( ج ) .



وكذلك يمكن التوصل إلى حجم الجزء المتبقي من قطعة الإسفنج بتجزئتها إلى ثلاثة مجسمات ( ١ ) ، ( ٢ ) ، ( ٣ ) كل منها على شكل شبه مكعب معلومة أبعاده كما يلي :

حجم ( ١ ) =  $s \times s \times s$  الحجم =  $s \times s \times s$  الحجم =  $s \times s \times s$  الحجم =  $s \times s \times s$  الحجم

حجم الجزء المتبقي = حجم الجزء ( ١ ) + حجم الجزء ( ٢ ) + حجم الجزء ( ٣ )  
 $s^3 - s^3 = (s - s) \times (s - s) \times (s - s) + (s - s) \times (s - s) \times s + (s - s) \times s \times s$

تحليل الفرق بين مكعبين أو مجموعهما  
Factorising the Difference Between Two Cubes or Their Sum

١-٢

سوف نتعلم: تحليل الفرق بين مكعبين وتحليل مجموع مكعبين

الضاربات والمقرنات:

Sum of Two Cubes	مجموع مكعبين	Factorising Difference Between Two Cubes	تحليل الفرق بين مكعبين
------------------	--------------	--	------------------------

استكشف 66



أنتج مصنع للإسفنجة قطعة مكعبة الشكل طول حرفها (س) وحدة طول، كما في الشكل (أ) ومن أحد رؤوسها تم قطع مكعب صغير طول حرفه (ا) وحدة طول، كما في الشكل (ب).  
حجم المكعب الكبير =  $s^3$  وحدة مكعبة  
حجم المكعب الصغير =  $a^3$  وحدة مكعبة  
حجم الجزء المتبقي =  $s^3 - a^3$  وحدة مكعبة  
يستوي المقدار  $s^3 - a^3$  فرقاً بين مكعبين، كما في الشكل (ج).



وكذلك يمكن التوصل إلى حجم الجزء المتبقي من قطعة الإسفنجة بتجزئتها إلى ثلاثة مجسمات (1)، (2)، (3) كل منها على شكل شبه مكعب معلومة أبعاده كما يلي:



حجم =  $s^3 - a^3$  = حجم الجزء (1) + حجم الجزء (2) + حجم الجزء (3)  
حجم =  $s^3 - a^3$  =  $(s-a)^2(s+a) + (s-a)a^2 + a^2(s-a)$

نتائج التعلم: - يحلل الفرق بين مكعبين  
- يحلل مجموع مكعبين

العبارات والمفاهيم:  
- تحليل  
- مجموع مكعبين  
- الفرق بين مكعبين

## تحليل الفرق بين مكعبين أو مجموعهما Factorising the Difference Between Two Cubes or Their Sum

١-٢

سوف تتعلم: تحليل الفرق بين مكعبين وتحليل مجموع مكعبين.

### الضوابط والمؤشرات:

Sum of Two Cubes	مجموع مكعبين	Factorising Difference Between Two Cubes	تحليل الفرق بين مكعبين
------------------	--------------	--	------------------------

### استكشف



أنتج مصنع للإسفنجة قطعة مكعبة الشكل طول حرفها (س) وحدة طول، كما في الشكل (أ) ومن أحد رؤوسها تم قطع مكعب صغير طول حرفه (ب) وحدة طول، كما في الشكل (ب).



• أحسب كلًا من حجم المكعب الكبير = ..... × ..... × ..... وحدة مكعبة  
حجم المكعب الصغير = ..... × ..... × ..... وحدة مكعبة  
حجم الجزء المتبقي = س<sup>3</sup> - ب<sup>3</sup> وحدة مكعبة  
أبسط المقدار س<sup>3</sup> - ب<sup>3</sup> فرقًا بين مكعبين، كما في الشكل (ج).



وكذلك يمكن التوصل إلى حجم الجزء المتبقي من قطعة الإسفنجة بتجزئتها إلى ثلاثة مجسمات (١)، (٢)، (٣) كل منها على شكل شبه مكعب معلومة أبعاده كما يلي:



المجموع = (س - ب) × (س - ب) × ب + (س - ب) × (س - ب) × ب + (س - ب) × (س - ب) × ب

حجم الجزء المتبقي = حجم الجزء (١) + حجم الجزء (٢) + حجم الجزء (٣)

س<sup>3</sup> - ب<sup>3</sup> = (س - ب) × (س - ب) × ب + (س - ب) × (س - ب) × ب + (س - ب) × (س - ب) × ب

(س - ب) × (س<sup>2</sup> + سب + ب<sup>2</sup>) = س<sup>3</sup> - ب<sup>3</sup>

## مؤشرات الأداء

يستكشف الفرق بين مكعبين عمليا

## مؤشرات الأداء

يتحقق جبريا من قانون تحليل الفرق بين مكعبين

يوظف قانون الفرق بين مكعبين لتحليل مجموع مكعبين

يستنتج قانون تحليل مجموع مكعبين

يحلل فرق بين مكعبين تحليلا تاما

تحقق جبريا:  $(س - ص) (س^2 + س ص + ص^2) = س^3 - ص^3$

مما سبق، نستنتج أنه لتحليل الفرق بين مكعبين  $س^3 - ص^3$  تلعب القاعدة الآتية:

أي أن الفرق بين مكعبي حدين يُحلل إلى حاصل ضرب عاملين كما يلي:

(الحذ الأول - الحذ الثاني) (مربع الحذ الأول + الحذ الأول × الحذ الثاني + مربع الحذ الثاني)

يمكن استخدام قانون الفرق بين مكعبين لتحليل المقدار  $س^3 + ص^3$  يكتب المقدار  $س^3 + ص^3$  على الصورة  $س^3 - (-ص)^3$

أي أن مجموع مكعبي حدين يُحلل إلى حاصل ضرب عاملين كما يلي:

(الحذ الأول + الحذ الثاني) (مربع الحذ الأول - الحذ الأول × الحذ الثاني + مربع الحذ الثاني)

مثال (1):

حلل كلاً مما يلي تحليلاً تاماً:

1)  $س^3 - ٢٧$

الحل:

$س^3 - ٢٧ = (س - ٣) (س^2 + ٣س + ٩)$

2)  $١٢٤ - س^3$

الحل:

$١٢٤ - س^3 = (٤ - س) (١٦ + ٤س + س^2)$

3)  $١ - م^3$

الحل:

$١ - م^3 = (١ - م) (١ + م + م^2)$

## مؤشرات الأداء

يحلل فرق بين مكعبين تتضمن أعداد نسبية  
تحليلا تاما

يحلل مجموع مكعبين تتضمن أعداد نسبية  
تحليلا تاما

يوظف تحليل مقدار باستخدام العامل  
المشترك الأكبر إن وجد ليحلل فرق بين  
مكعبين

يوظف تحليل مقدار باستخدام العامل  
المشترك الأكبر إن وجد ليحلل فرق بين  
مكعبين

دورك الآن (1)

حلل كلاً مما يلي تحليلاً تاماً:

① من  $2x^2 - 61x + \dots = (x - \dots)(2x + \dots)$

② من  $8x^2 - 1x + \dots = (2x - \dots)(4x + \dots)$

③ من  $8x^2 + 27x + \dots = (\dots)(\dots)$

مثال (2):

حلل كلاً مما يلي تحليلاً تاماً:

① من  $4x^2 - 2x + \dots$

الحل:

④ من  $4x^2 - 2x + \dots = (2x - 27)(2x + \dots)$

⑤ من  $8x^2 + 27x + \dots = (2x + \dots)(4x + \dots)$

الحل:

⑥ من  $8x^2 + 27x + \dots = (2x + \dots)(4x + \dots)$

دورك الآن (2)

حلل كلاً مما يلي تحليلاً تاماً:

① من  $3x^2 - 81x + \dots = (3x - \dots)(x + \dots)$

② من  $8x^2 - 1x + \dots = (2x - \dots)(4x + \dots)$

③ من  $8x^2 + 27x + \dots = (\dots)(\dots)$

④ من  $8x^2 - 5x + \dots = (2x - \dots)(4x + \dots)$

⑤ من  $8x^2 - 5x + \dots = (\dots)(\dots)$

73

موقع المناهج الكويتية [almanahj.com/kw](http://almanahj.com/kw)

## مؤشرات الأداء

يترجم المسألة اللفظية الى تعبير جبري

يحل المسألة اللفظية بتحليل الفرق بين مكعبين أو مجموع مكعبين

### دورك الآن (٣)

حل كل مما يلي تحليلًا تامًا :

١)  $x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4)$

٢)  $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$

٣)  $x^2 - 25 = (x - 5)(x + 5)$

### عبر عن فهمك

هل يمكن تحليل  $(x^2 - 1)$  بطريقتين مختلفتين ؟ وضح ذلك .

### دورك الآن (٤)

#### تذكر

حجم شبه المكعب = مساحة القاعدة  $\times$  الارتفاع

صندوق على شكل شبه مكعب حجمه  $(x^3 + 27)$  متر مكعب وارتفاعه  $(x + 3)$  متر . وظف مفهوم التحليل لإيجاد مساحة لأحدى .

### تمارين ذاتية :

١) حل كل مما يلي تحليلًا تامًا :

١)  $x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$

٢)  $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$

٣)  $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$

٤)  $x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4)$

٥)  $x^2 - 25 = (x - 5)(x + 5)$

٦)  $x^2 - 36 = (x - 6)(x + 6)$

## مؤشرات الأداء

تم تغطية مؤشرات الأداء لهذه الصفحة في الأنشطة السابقة

حل كل ما يلي تبليلاً تاماً :

①  $2.27 - 2 = 7$

②  $2 \frac{3}{11} + 2 \frac{8}{11} = 4 \frac{11}{11} = 5$

③  $44 - 2 = 42$

④  $81 - 2 = 79$

⑤  $2 - 24 = -22$

⑥  $16 - 54 = -38$

موقع

المنهج الكويتية

almanahj.com/kw

مهارات تفكير عالياً :

يريد فهد تخزين هدية داخل صندوق مكعب الشكل طول ضلعه ( ١٠ سم ) لكنه يحتاج إلى وضع صندوق آخر مكعب الشكل أصغر منه طول ضلعه ( ٤ سم ) وعلء الفراغ المتبقي بالزيتة . كم حجم الفراغ المتبقي ؟



اختر الإجابة الصحيحة :

صندوق على شكل شبه مكعب مساحة قاعدته ( ٤٠ - ٢ + ٤ ) متر مربع وارتفاعه ( ٣ + ٢ ) متر ، فإن حجمه بالمتر المكعب يساوي :

Ⓐ ( ١٦ + ٤ )

Ⓐ ( ٨ + ٤ )

Ⓑ ( ١٦ - ٤ )

Ⓑ ( ٨ - ٤ )

## تحليل الفرق بين مكعبين أو مجموعهما

### Factorising the Difference Between Two Cubes or Their Sum

١ - ٢

سوف تتعلم: تحليل الفرق بين مكعبين وتحليل مجموع مكعبين.

#### الضوابط والمفردات:

Sum of Two Cubes	مجموع مكعبين	Factorising Difference Between Two Cubes	تحليل الفرق بين مكعبين
------------------	--------------	--	------------------------

#### استكشف 66



أنتج مصنع للإسفنجة قطعة مكعبة الشكل طول حرفها (س) وحدة طول، كما في الشكل (أ) ومن أحد رؤوسها تم قطع مكعب صغرى طول حرفه (س) وحدة طول، كما في الشكل (ب).



• أحسب كلًا من: حجم المكعب الكبير = ..... × ..... × ..... وحدة مكعبة  
حجم المكعب الصغير = ..... × ..... × ..... وحدة مكعبة  
حجم الجزء المتبقي = س<sup>3</sup> - س<sup>3</sup> وحدة مكعبة  
أستنتج المقدار س<sup>3</sup> - س<sup>3</sup> فرقًا بين مكعبين، كما في الشكل (ج).



وكذلك يمكن التوصل إلى حجم الجزء المتبقي من قطعة الإسفنجة بتجزئتها إلى ثلاثة مجسمات (1)، (2)، (3) كل منها على شكل شبه مكعب معلومة أبعاده كما يلي:



حجم الجزء المتبقي = حجم الجزء (1) + حجم الجزء (2) + حجم الجزء (3)  
س<sup>3</sup> - س<sup>3</sup> = (س - س) × (س - س) × (س - س) + (س - س) × (س - س) × (س - س) + (س - س) × (س - س) × (س - س)

بند 1-2: على حصتين

الحصة الأولى	الحصة الثانية
مناقشة بند استكشف	تحليل بأخذ العامل المشترك الأكبر ومن ثم الفرق أو مجموع مكعبين
التوصل لقانون تحليل الفرق بين مكعبين ومجموع مكعبين	الفرق أو مجموع مكعبين يحتوي عدد عشري
يحل تمارين مباشرة	الفرق أو مجموع مكعبين يحتوي كسر اعتيادي
	يحل مسائل لفظية
المقدمة	المقدمة
مراجعة الجذر التكعيبي	مراجعة ع.م.أ
قانون حجم المكعب للعدد الصحيح	مراجعة الجذر التكعيبي للعدد العشري
	مراجعة الجذر التكعيبي للكسر الاعتيادي

# الحصة الأولى

## أولا : مناقشة بند استكشاف :

استكشاف 66

### أولا : نحسب حجم الجزء المتبقي للمكعب بطرح المكعب الصغير من الكبير.

• أنتج الإسفنج قطعة مكعبة الشكل طول حرفها ( س ) وحدة طول ، كما في الشكل ( أ ) .

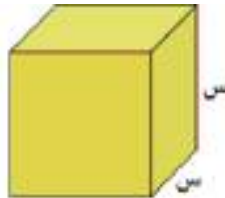
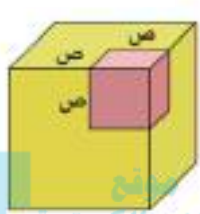
ومن أحد رؤوسها تمّ قطع مكعب صغير طول حرفه ( ص ) وحدة طول ، كما في الشكل ( ب ) .

• أحسب كلّاً من : حجم المكعب الكبير = ..... × ..... × ..... = وحدة مكعبة

حجم المكعب الصغير = ..... × ..... × ..... = وحدة مكعبة

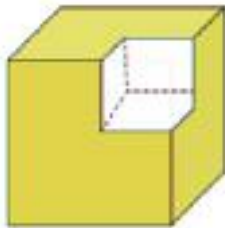
حجم الجزء المتبقي =  $س^3 - ص^3$  وحدة مكعبة

يُسمّى المقدار  $س^3 - ص^3$  **فرقاً بين مكعبين** ، كما في الشكل ( ج ) .



الشكل ( ب )

الشكل ( أ )

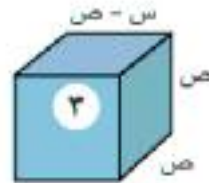
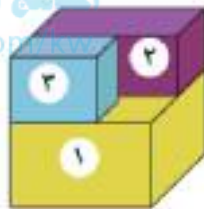


الشكل ( ج )

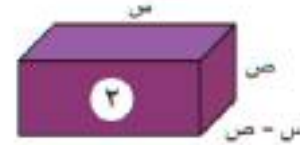
## ثانيا : حساب الجزء المتبقي بتقسيمه لثلاث أجزاء .

يمكن التوصل إلى حجم الجزء المتبقي من قطعة الإسفنج بتجزئتها إلى ثلاثة مجسّمات

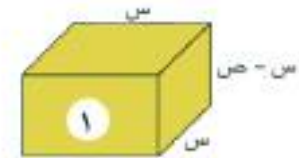
(١) ، (٢) ، (٣) كلّ منها على شكل شبه مكعب معلومة أبعاده كما يلي :



$$\text{الحجم} = (س - ص) \times \dots \times \dots$$



$$\text{الحجم} = (س - ص) \times \dots \times \dots$$



$$\text{الحجم} = (س - ص) \times \dots \times \dots$$

حجم الجزء المتبقي = حجم الجزء (١) + حجم الجزء (٢) + حجم الجزء (٣)

$$س^3 - ص^3 = (س - ص) \dots + (س - ص) \dots + (س - ص) \dots$$

$$= (س - ص) (س^2 + \dots + س + \dots + \dots)$$

تحليل الفرق بين مكعبين أو مربعين  
Factoring the Difference Between Two Cubes or Two Squares

موقع المناهج الكويتية  
almanahj.com

تحليل الفرق بين مكعبين أو مجموعتين  
Factoring the Difference Between Two Cubes or Their Sum

موقع المناهج الكويتية  
almanahj.com/kw

## ثانيا : التوصل لقانون تحليل الفرق بين مكعبين ومجموع مكعبين :

استكشف 86

مما سبق، نستنتج أنه لتحليل الفرق بين مكعبين  $s^3$  ،  $v^3$  نتبع القاعدة الآتية :  
 $s^3 - v^3 = (s - v) (s^2 + sv + v^2)$

أي أن الفرق بين مكعبي حدين يُحلل إلى حاصل ضرب عاملين كما يلي :

(الحد الأول - الحد الثاني) (مربع الحد الأول + الحد الأول × الحد الثاني + مربع الحد الثاني)

يمكن استخدام قانون الفرق بين مكعبين لتحليل المقدار  $s^2 + v^2$

يُكتب المقدار  $s^2 + v^2$  على الصورة  $s^2 - (-v^2)$

$$s^2 + v^2 = s^2 - (-v^2)$$

$$= (s - (-v)) (s + (-v)) + (s - (-v)) (s + (-v)) =$$

$$= (s + v) (s - v)$$

$$\therefore s^2 + v^2 = (s + v) (s - v)$$

يُسمى المقدار  $s^2 + v^2$  مجموع مكعبين

أي أنّ مجموع مكعبي حدّين يُحلّل إلى حاصل ضرب عاملين كما يلي :

(الحدّ الأوّل + الحدّ الثاني) (مربّع الحدّ الأوّل - الحدّ الأوّل × الحدّ الثاني + مربّع الحدّ الثاني)

## ثالثا : حل مسائل مباشرة :

مثال (١) :

حل كل ما يلي تحليلًا تامًا :

أ)  $س^٢ - ٢٧$

الحل :

$$(س - ٣) (س + ٣) = س^٢ - ٩$$

ب)  $٦٤س^٢ + ٢٢س + ٢$

الحل :

$$(٢س + ١) (٣س + ٢) = ٦س^٢ + ٢٢س + ٢$$

ج)  $١ - ٢م^٢ن$

الحل :

$$(١ - م) (١ + م) = ١ - م^٢$$

دورك الآن (١)

حل كل ما يلي تحليلًا تامًا :

أ)  $س^٢ - ٦٤ = (س - .....)(س + .....)$

ب)  $١ - ٨ص = (ص - .....)(ص + .....)$

ج)  $٨ل + ٢٧م = (ل + .....)(ل + .....)$

العرض

تطبيق مع المعلم  
فردى أو ثنائى  
أو مجموعات

## التطبيق

تمارين ذاتية :

١ حلل كلاً مما يلي تحليلًا تامًا :

..... = ١ + ٢<sup>٢</sup> (أ)

..... = ٨ - ٢<sup>٣</sup> (ب)

..... = ١٢٥ + ٢<sup>٣</sup> (ج)

..... = ١ - ٢٧ هـ<sup>٣</sup> (د)

..... = ٢<sup>٣</sup> م<sup>٦</sup> + ن<sup>٢</sup> (هـ)

..... = ١٢٥ س<sup>٢</sup> - ٦٤ ص<sup>٢</sup> ع<sup>٢</sup> (و)

موقع

المنهج الكويتية

almanahj.com/kw

# بعد التحضير لسير العرض والتطبيق نختار المقدمة المناسبة

## المقدمة المناسبة :

### مراجعة الجذر التكعيبي

### قانون حجم المكعب للعدد

الصحيح

$$\text{الطول} \times \text{العرض} \times \text{الارتفاع} =$$

$$ل \times ل \times ل =$$

$$ل^3 =$$

$$3^8 \sqrt[3]{}$$

$$3^27 \sqrt[3]{}$$

$$3^64 \sqrt[3]{}$$

$$3^3 \sqrt[3]{}$$

$$3^3 \sqrt[3]{} \text{ م } 3 \text{ ن } 3$$



بعد الانتهاء من التحضير نقوم  
بتحديد المجال ونواتج التعلم  
والمؤشرات والقيم التربوية

الوحدة	الثانية	المجال	العد والجبر
رقم البند	21-	عنوان الدرس	تحليل الفرق بين مكعبين أو مجموعهما (ح 1)
المعيار	تمثيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية باستخدام الرموز الجبرية		
نتائج التعلم	<p>يحلل الفرق بين مكعبين ويحلل مجموع مكعبين</p> <p>يميز حدانية تمثل فرق بين مكعبين أو مجموعهما</p> <p>يستكشف لاستنتاج قانون الفرق بين مكعبين</p> <p>يحلل فرق بين مكعبين تحليلاً تاماً</p> <p>يتحقق جبرياً من قانون تحليل الفرق بين مكعبين</p> <p>يستنتج قانون مجموع مكعبين</p> <p>يحلل مجموع مكعبين تحليلاً تاماً</p>		
المفردات	تحليل - فرق بين مكعبين - مجموع مكعبين		

# الحصة الثانية

# العرض

مثال (٢):

حلّ كلًّا مما يلي تحليلًا تامًّا:

(أ)  $٥٤ص - ٢ص^٤$

الحلّ:

$$٥٤ص - ٢ص^٤ = ٢ص(٢٧ - ٢ص^٣)$$
$$= ٢ص(٣ - ٢ص)(٣ + ٢ص + ٢ص^٢)$$

تحليل بأخذ العامل المشترك الأكبر ومن ثم الفرق أو مجموع مكعبين

الفرق أو مجموع مكعبين يحتوي عدد عشري

(ب)  $٠,٠٠٨ص^٣ - ٠,٠٢ص$

الحلّ:

$$٠,٠٠٨ص^٣ - ٠,٠٢ص = ٠,٠٢ص(٠,٤ص^٢ - ١)$$
$$= ٠,٠٢ص(٠,٢ص - ١)(٠,٢ص + ١)$$

الفرق أو مجموع مكعبين يحتوي كسر اعتيادي

(ج)  $١ + ٢\frac{١}{٨}ص^٣$

الحلّ:

$$١ + ٢\frac{١}{٨}ص^٣ = (١ + \frac{١}{٢}ص)(١ + \frac{١}{٢}ص - \frac{١}{٤}ص^٢)$$

### دورك الآن (٢)

حلل كلاً مما يلي تحليلًا تامًا :

$$\text{أ) } ٢ع^٢ - ٨١ = ٣(ع^٢ - \dots)$$

$$= ٣(ع^٢ + \dots + ع + \dots)$$

$$\text{ب) } ٢س^٤ + ١٦س = \dots(٨ + \dots)$$

$$= \dots(٢ + \dots)(\dots + \dots - \dots)$$

$$\text{ج) } ٥ - ٤٠م^٢ = \dots(١ - \dots)$$

$$= \dots(١ - \dots)(\dots)$$

### دورك الآن (٣)

حلل كلاً مما يلي تحليلًا تامًا :

$$\text{أ) } ٦ن + \frac{٢٧}{٦٤} = (٦ن + \dots)(\dots - \dots)$$

$$\text{ب) } \frac{١}{١٢٥} - \frac{٨}{٢٧}ب^٢ = (\dots - \dots)(\dots + \dots + \dots)$$

$$\text{ج) } ٠,١٢٥ - س^٢ = (س - \dots)(\dots + \dots + ٠,٢٥)$$

تطبيق مع المعلم  
فردى أو ثنائى  
أو مجموعات

موقع

المناهج الكويتية

almanahj.com/kw

## تمارين ذاتية :



٢ حل كل ما يلي تحليلًا تامًا :

..... = ص<sup>٢</sup> - ٠,٠٢٧ (أ)

.....

..... = ب<sup>٢</sup>  $\frac{١}{٦٤}$  + ٢٦  $\frac{٨}{٢٧}$  (ب)

.....

..... = ب<sup>٢</sup> - ٥٤ ب<sup>٤</sup> (ج)

.....

..... = هـ<sup>٢</sup> ٣ + ٨١ ك<sup>٢</sup> (د)

.....

..... = س<sup>٢</sup> ٢٤ - س<sup>٥</sup> (هـ)

.....

..... = ص<sup>٢</sup> ٥٤ + س<sup>٤</sup> ١٦ (و)

.....

التطبيق

almanahj.com/kw

## يحل مسائل لفظية

عَبّر عن فهمك



هل يمكن تحليل ( م<sup>٦</sup> - ن<sup>٦</sup> ) بطريقتين مختلفتين ؟ وضح ذلك .

يناقش مع  
المعلم جماعي

## دورك الآن (٤)



صندوق على شكل شبه مكعب حجمه ( ٢٧ + ٢٢ ) متر مكعب وارتفاعه ( ٣ + ٢ ) متر ، وظّف مفهوم التحليل ، لإيجاد مساحة قاعدته .

حجم شبه المكعب = مساحة القاعدة x الارتفاع

$$= ( ٢٧ + ٢٢ ) \times ( ٣ + ٢ )$$

$$= ( ٢٧ + ٢٢ ) \times ٥$$

يناقش مع  
المعلم جماعي

موقع

المنهج الكويتية

تذكر

حجم شبه المكعب =  
مساحة القاعدة x الارتفاع

almanahj.com/ku

## مهارات تفكير عليا :



٣ يريد فهد تخزين هدية داخل صندوق مكعب الشكل طول ضلعه (س + ١) سم ، لكنه يحتاج إلى وضع صندوق آخر مكعب الشكل أصغر منه طول ضلعه (س) سم ، وملء الفراغ المتبقي بالزينة . كم حجم الفراغ المتبقي ؟

.....

.....

.....

.....

٤ اختر الإجابة الصحيحة :

صندوق على شكل شبه مكعب مساحه قاعدته (س<sup>2</sup> - ٢س + ٤) متر مربع وارتفاعه (س + ٢) متر ، فإن حجمه بالمتر المكعب يساوي :

(ب) (س<sup>2</sup> + ١٦)

(أ) (س<sup>2</sup> + ٨)

(د) (س<sup>2</sup> - ١٦)

(ج) (س<sup>2</sup> - ٨)

التطبيق

almanahj.com/kw

# بعد التحضير لسير العرض والتطبيق نختار المقدمة المناسبة

## المقدمة المناسبة :

مراجعة مربع العدد	مراجعة الجذر التكعيبي للكسر الاعتيادي	مراجعة الجذر التكعيبي للعدد العشري	مراجعة ع . م . أ
أوجد مربع العدد : 3 ص 02, $\frac{1}{2}$	أوجد الجذر التكعيبي $\frac{27}{64}$ $\frac{1}{125}$	أوجد الجذر التكعيبي 008,0 0125, 0027,	540 ، 381 ، 1652 ، ٢ س <sup>٤</sup> ، ١٦ س

بعد الانتهاء من التحضير نقوم  
بتحديد المجال ونواتج التعلم  
والمؤشرات والقيم التربوية

الوحدة	الثانية	المجال	العد والجبر
رقم البند	21-	عنوان الدرس	تحليل الفرق بين مكعبين أو مجموعهما (ح2)
المعيار	تمثيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية باستخدام الرموز الجبرية		
نتائج التعلم	يحلل الفرق بين مكعبين ويحلل مجموع مكعبين		
مؤشرات الأداء	يحلل فرق بين مكعبين تتضمن أعداد نسبية تحليلا تاما		
	يحلل مجموع مكعبين تتضمن أعداد نسبية تحليلا تاما		
	يوظف تحليل مقدار باستخدام العامل المشترك الأكبر إن وجد ليحلل فرق بين مكعبين		
	يوظف تحليل مقدار باستخدام العامل المشترك الأكبر إن وجد ليحلل مجموع مكعبين		
	يترجم المسألة اللفظية إلى تعبير جبري		
	يحل مسائل حياتية يوظف فيها تحليل الفرق بين مكعبين ومجموع مكعبين		
	يحل تمارين تنمي مهارات التفكير العليا تتضمن الفرق بين مكعبين أو مجموعهما		
	يحل تمارين موضوعية تتضمن الفرق بين مكعبين أو مجموعهما		
المفردات	تحليل - فرق بين مكعبين - مجموع مكعبين		

## بند 1-2 تحليل الفرق بين مكعبين ومجموعهما

عَبِّرْ عَنْ فَهْمِكَ



هل يمكن تحليل ( م<sup>6</sup> - ن<sup>6</sup> ) بطريقتين مختلفتين ؟ وضح ذلك .

$$6م( - ن ) + 6م$$

$$2( 3م ) - 2( 3م )$$

$$3( 2م ) - 3( 2م )$$

## مهارات تفكير عليا :



٢ يريد فهد تخزين هدية داخل صندوق مكعب الشكل طول ضلعه (س + ١) سم ، لكنه يحتاج إلى وضع صندوق آخر مكعب الشكل أصغر منه طول ضلعه (س) سم ، واملء الفراغ المتبقي بالزينة . كم حجم الفراغ المتبقي ؟

$$\text{حجم الصندوق الكبير} = (1+s)(1+s)(1+s)$$

$$= (1+s)(1+s+2s+2s^2)$$

$$= 1 + 3s + 3s^2 + 2s^3 + 2s^3 + s^4$$

$$= 1 + 3s + 3s^2 + 2s^3 + 3s^3 + s^4$$

$$\text{حجم الصندوق الصغير} = 3s^3$$

$$\text{حجم الفراغ} = \text{حجم الصندوق الكبير} - \text{حجم الصندوق الصغير}$$

$$= 1 + 3s + 3s^2 + 2s^3 + 3s^3 - 3s^3$$

$$= 1 + 3s + 2s^3$$

إختر الإجابة الصحيحة :

صندوق على شكل شبه مكعب مساحة قاعدته (  $s^2 - 2s + 4$  ) متر مربع وارتفاعه (  $s + 2$  ) متر ، فإن حجمه بالمتر المكعب يساوي :

(ب)  $(s^3 + 16)$

(أ)  $(s^3 + 8)$

(د)  $(s^3 - 16)$

(ج)  $(s^3 - 8)$

حجم الصندوق = مساحة القاعدة  $\times$  الارتفاع

$$(s + 2) (s^2 - 2s + 4) = \text{نلاحظ أن الحجم هو تحليل مجموع مكعبين}$$
$$= (s + 3) (8 + 3s)$$

## معايير المنهج ومؤشرات الأداء للوحدة التعليمية الثانية

مؤشر الأداء	معايير المنهج	المجال
العمل الجماعي - الاستكشاف والنقضي - التذكر - التعرف - الفهم - المقارنة والتمييز - التمثيل - النمذجة - التحليل والتركيب - القوانين	تمثيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية باستخدام الرموز الجبرية .	العد والجدج
التعاون - المشاركة - الاستنتاج - الترميز والرمجة - حل المشكلات - الاستدلال - القيادة - اتخاذ القرار - الاستكشاف والنقضي	فهم الأتماط والعلاقات والدوال .	

المجال : العد والجبر

## تحليل الحدودية الثلاثية : $x^2 + bx + c$ : $2 - 3$ Factorising Trinomial : $x^2 + bx + c$

سوف نتعلم : تحليل حدودية ثلاثية على الصورة :  $x^2 + bx + c$  .

### العبارات والمفردات :

Trinomial

حدودية ثلاثية

### استكشاف

حلل الحدودية الآتية تحليلًا تامًا باستخدام بطاقات الجبر :

$$x^2 + 4x + 3$$

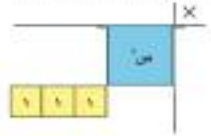
الخطوة الأولى :

مثل الحدودية  $x^2 + 4x + 3 = 0$  ببطاقات الجبر كما يلي :



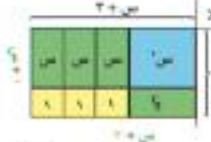
الخطوة الثانية :

ضع البطاقة  $x^2$  في زاوية رقعة الضرب - ورتب بطاقات  $x$  ، بما أن  $3$  عدد أولي ، فإنه يمكن ترتيب البطاقات الثلاث بمسوفة  $3 \times 1$  كما في الشكل .



الخطوة الثالثة :

أكمل شكل المستطيل على رقعة الضرب ببطاقات  $x$  فيكون بذلك طول المستطيل  $(x + 3)$  وعرض المستطيل  $(x + 1)$  .  
∴ مساحة المستطيل =  $(x + 3)(x + 1)$  .  
∴  $x^2 + 4x + 3 = (x + 3)(x + 1)$  .



## معايير المنهج ومؤشرات الأداء للوحدة التعليمية الثانية

مؤشر الأداء	معايير المنهج	المجال
العمل الجماعي - الاستكشاف والنقضي - التذكر - التعرف - الفهم - المقارنة والتمييز - التمثيل - النمذجة - التحليل والتركيب - القوانين	تمثيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية باستخدام الرموز الجبرية .	العدّ والجبر
التعاون - المشاركة - الاستنتاج - الترميز والرمجة - حلّ المشكلات - الاستدلال - القيادة - اتخاذ القرار - الاستكشاف والنقضي	فهم الأنماط والعلاقات والدوال .	

معيّار الدرس :

- تمثيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية باستخدام الرموز الجبرية
- فهم الأنماط والعلاقات والدوال

## تحليل الحدودية الثلاثية : $x^2 + bx + c$ ٣ - ٣

### Factorising Trinomial : $x^2 + bx + c$

سوف نتعلم : تحليل حدودية ثلاثية على الصورة :  $x^2 + bx + c$  .

#### العبارات والمفردات :

Trinomial

حدودية ثلاثية

#### استكشاف

حلّ الحدودية الآتية تحليلًا تامًا باستخدام بطاقات الجبر :

$$x^2 + 4x + 3$$

الخطوة الأولى :

مثل الحدودية  $x^2 + 4x + 3$  ببطاقات الجبر كما يلي :

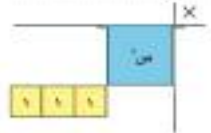


الخطوة الثانية :

ضع البطاقة  $x^2$  في زاوية رقعة الضرب - ورّب

بطاقات  $x$  ، بما أنّ  $3$  عدد أولي ، فإنه يمكن

ترتيب البطاقات الثلاث بمصفوفة  $3 \times 1$  كما في الشكل .



الخطوة الثالثة :

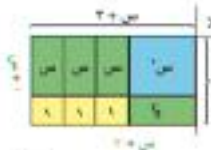
أكمل شكل المستطيل على رقعة الضرب ببطاقات

فيكون بذلك طول المستطيل  $(x + 3)$

وعرض المستطيل  $(x + 1)$

∴ مساحة المستطيل =  $(x + 3)(x + 1)$

∴  $x^2 + 4x + 3 = (x + 3)(x + 1)$



نتج التعلم :

يحلل حدودية ثلاثية على الصورة  
س + 2 ب + س ج -

العبارات والمفردات: حدودية ثلاثية

يستكشف تحليل حدودية ثلاثية على  
الصورة

س + 2 ب + س ج - باستخدام بطاقات الجبر

تحليل الحدودية الثلاثية : س + 2 ب + س ج -  
Factorising Trinomial :  $x^2 + bx + c$

3 - 3

سوف نتعلم : تحليل حدودية ثلاثية على الصورة : س + 2 ب + س ج -

العبارات والمفردات :

Trinomial

حدودية ثلاثية

استكشف

الواجب :



من الحدودية الآتية تحليلاً تاماً باستخدام بطاقات الجبر :

$$س^2 + 4س + 4$$

الخطوة الأولى :

نقل الحدودية  $س^2 + 4س + 4 = 0$  ببطاقات الجبر كما يلي :

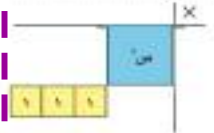


الخطوة الثانية :

ضع البطاقة  $س^2$  في زاوية رقعة الضرب - ورتب :

بطاقات  $س$  ، بما أن  $4س$  عدد أولي ، فإنه يمكن

ترتيب البطاقات الثلاث بمصفوفة  $3 \times 1$  كما في الشكل .



الخطوة الثالثة :

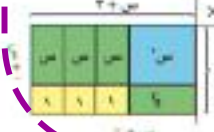
أكمل شكل المستطيل على رقعة الضرب ببطاقات

يكون بذلك طول المستطيل  $(س + 2)$

وعرض المستطيل  $(س + 2)$

$\therefore$  مساحة المستطيل =  $(س + 2)(س + 2)$

$\therefore س^2 + 4س + 4 = (س + 2)(س + 2)$



**إنتبه**  
اجمع الحدود المتشابهة.

**تحقق جبرياً**

$$\begin{aligned} (س + ٣) (س + ١) &= س \times س + س \times ١ + ٣ \times س + ٣ \times ١ \\ &= س^2 + س + ٣س + ٣ \\ &= س^2 + ٤س + ٣ \end{aligned}$$

عندما نكتب:  $س^2 + ٤س + ٣ = (س + ٣) (س + ١)$   
نقول: إننا حللنا الحدودية  $س^2 + ٤س + ٣$  إلى حاصل ضرب عاملين هما  $(س + ٣) (س + ١)$   
لاحظ: إنه لتحليل الحدودية  $س^2 + ٤س + ٣$  نحلل العدد ٣ إلى عاملين يحققان الشرطين:

١ × ٣ = ٣  
١ × ٣ = ٣

حاصل ضربهما ٣      الحد الثالث  
ناتج جمعهما ٤      معامل الحد الأوسط  
كما في الشكل الآتي:



موقع  
المناهج الكويتية  
almanahj.com/kw

لتحليل حدودية ثلاثية على الصورة  $س^2 + ب س + ج$  إلى عواملها،  
ابحث عن عددين م - ن حيث  $ج = م \times ن$  و  $ب = م + ن$   
فيكون  $س^2 + ب س + ج = (س + م) (س + ن)$

**مثال (١):**

حلل تحليلاً تاماً:

١)  $س^2 + ٦س + ٩ = ٠$

الحل:

$$س^2 + ٦س + ٩ = ٠ \Rightarrow (س + ٣) (س + ٣) = ٠$$

٢)  $٦س^2 + ١٣س - ٦ = ٠$

الحل:

$$٦س^2 + ١٣س - ٦ = ٠ \Rightarrow (٣س - ٢) (٢س - ٣) = ٠$$

ابحث عن عددين  
حاصل ضربهما ٩ وناتج  
جمعهما ٦

ابحث عن عددين حاصل  
ضربهما ١٢ وناتج  
جمعهما ٧

يحلل حدودية ثلاثية على الصورة  
 $س^2 + ٢س + ب س + ج$



دورك الآن (1)

حلل كلا مما يلي تحليلًا تامًا :

1 من  $x^2 + 8x + 7$  من

( ) ( ) =

2 من  $x^2 - 9x + 18$  من

( ) ( ) =

مثال (2) :

حلل تحليلًا تامًا :

1 من  $x^2 - 7x + 2$  من

الحل :

$(x-1)(x+2) = x^2 + 2x - x - 2 = x^2 + x - 2$

2 من  $x^2 + 2 = 36$  من

الحل :

من  $x^2 - 36 = (x-6)(x+6)$  من

تبحث عن عددين حاصل ضربهما (٢٠-) وناتج جمعهما (١٠-)

تبحث عن عددين حاصل ضربهما (٣٦-) وناتج جمعهما (٢٠-)

المنهاج الكويتية

دورك الآن (2)

حلل كلا مما يلي تحليلًا تامًا :

1 من  $x^2 + 2x - 3$  من

( ) ( ) =

2 من  $x^2 - 5x + 14$  من

( ) ( ) =

دورك الآن (3)

حلل كلا مما يلي تحليلًا تامًا :

1 من  $x^2 + 10x - 20$  من

( ) ( ) =

( ) ( ) =

2 من  $x^2 + 7x - 12$  من

( ) ( ) =

التنبه

عند أخذ (١٠-) كعامل مشترك يصبح ما داخل القوسين هو العكوس الجمعي للحدودية .

يوظف تحليل مقدار باستخراج العامل المشترك الأكبر إن وجد ليحلل حدودية ثلاثية على الصورة  $س^2 + 2س + ج$

تمارين ذاتية :

١ أكمل بوضع (+) أو (-) في كلِّ مكان يلي :

١ من  $5 + 6 = 11$  ( من ..... ) ( من ..... )

٢ من  $12 - 3 = 9$  ( من ..... ) ( من ..... )

٢ حلل كلاً مما يلي تحليلاً تاماً :

١ من  $3 + 4 + 5 = 12$

٢ من  $7 + 3 = 10$

٣ من  $56 - 3 = 53$

٤ ب  $10 - 3 = 7$  ك

٥ من  $17 - 3 = 14$  ص

٦ من  $8 + 6 = 14$

٧ من  $6 - 5 = 1$

٨ من  $44 - 7 = 37$

٩ م  $15 + 3 = 18$  ن

١٠ من  $3 - 2 = 1$  ع

موقع  
المناهج الكويتية  
anahj.com/kw



١١ يُنتج مصنع للألومينيوم نوافذ مختلفة الأشكال ، إحدى هذه النوافذ مستطيلة الشكل مساحة سطحها الأمامي يساوي ( من  $9 + 20$  ) وحدة مربعة . أوجد بعدي السطح الأمامي للنافذة بدلالة من .

يترجم المسألة اللفظية إلى تعبير جبري

يحل مسائل حياتية يوظف فيها تحليل الفرق بين مكعبين ومجموع مكعبين

### مهارات تفكير عليا

1 شبه مكعب حجمه  $2^3$  من  $10^3$  من وحدة مكعبة ، وارتفاعه يساوي العامل المشترك الأكبر لحجمه . ما أبعاد شبه المكعب (بدلالة  $x$ ) ؟

2 اختر الإجابة الصحيحة .

مستطيل مساحته  $6 + x^2$  من  $5 + x$  وحدة مربعة ، إذا كان طولُه  $(5 + x)$  وحدة طول فإن محيطه بوحدات الطول يساوي :

- 1   $2 + x$
- 2   $4 + x$
- 3   $6 + x$
- 4   $8 + x$

يحل تمارين تنمي مهارات التفكير العليا  
تتضمن الفرق بين مكعبين أو مجموعهما

يحل تمارين موضوعية تتضمن الفرق  
بين مكعبين أو مجموعهما

## 2-2: تحليل حدودية ثلاثية على الصورة $س2 + ب س + ج$ - ( حصتين )

الوحدة الأولى	الوحدة الثانية
مناقشة بند استكشف	يحلل بأخذ العامل المشترك الأكبر ومن ثم يحلل حدودية ثلاثية
يحلل حدودية ثلاثية على الصورة $س2 + ب س + ج$ - حدها الثالث موجب	يحل عبّر عن فهمك
يحلل حدودية ثلاثية على الصورة $س2 + ب س + ج$ - حدها الثالث سالب	يحل مسائل لفظية
	يحل مسائل مهارات تفكير عليا

## بند 2-2

### تحلل حدودية ثلاثية على الصورة $س^2 + ب س + ج$ -

عبر عن فهمك



يقول حسين: إن تحليل الحدودية  $س^2 + 4س - 21$  هو  $(س - 3)(س + 7)$  بينما يقول حمود: إن تحليلها هو  $(س + 3)(س - 7)$ .  
أيهما على صواب؟ قسّر إجابتك.

موقع

المنهج الكويتية

almanahj.com/kw

حل حسن هو الصحيح

$3- \times 7 = 21-$  ومجموعهما  $4+$

ولكن

$3 \times 7 = 21-$  ومجموعهما  $4-$

عبر عن فهمك



أعط ثلاث قيم مختلفة لـ  $ج$  في الحدودية:  
 $س^2 + 3س - ج$  بحيث يمكن تحليلها إلى حاصل ضرب عاملين.

$$ج = -2 \quad س^2 + 3س + 2 = (س + 2)(س + 1)$$

$$ج = 10 \quad س^2 + 3س - 10 = (س + 5)(س - 2)$$

$$ج = 4 \quad س^2 + 3س - 4 = (س + 4)(س - 1)$$

### مهارات تفكير عليا :

1 شبه مكعب حجمه  $2س^3 + 10س^2 + 12س$  وحدة مكعبة . وارتفاعه يساوي العامل المشترك الأكبر لحجمه . ما أبعاد شبه المكعب (بدلالة س) ؟

اختر الإجابة الصحيحة .

مستطيل مساحته  $س^2 + 6س + 5$  وحدة مربعة . إذا كان طوله (س + 5) وحدة طول فإن محيطه بوحدات الطول يساوي:

أ  $2س + 6$

ب  $4س + 12$

ج  $س^2 + 6$

د  $4س + 10$

ع . م . أ للحجم ( الارتفاع ) =  $2س$   
الحجم = مساحة القاعدة  $\times$  الارتفاع

$$= (2س + 5س + 6) \times 2س$$

$$= (2س + 3) \times 2س$$

أبعاد شبه المكعب هي (س + 2) ، (س + 3) ،  $2س$

مساحة المستطيل = الطول  $\times$  العرض

$$س(5 + 6 + 2) = (س + 5) (؟؟؟)$$

$$= (س + 1) (5 + س)$$

محيط المستطيل =  $2$ ( الطول + العرض )

$$2(س + 5 + س + 1) =$$

$$2(2س + 6) =$$

$$4س + 12 =$$

## معايير المنهج ومؤشرات الأداء للوحدة التعليمية الثانية

مؤشر الأداء	معايير المنهج	المجال
العمل الجماعي - الاستكشاف والنقضي - التذكر - التعرف - الفهم - المقارنة والتمييز - التمثيل - النمذجة - التحليل والتركيب - القوانين	تمثيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية باستخدام الرموز الجبرية .	العد والجبر
التعاون - المشاركة - الاستنتاج - الترميز والرمجة - حل المشكلات - الاستدلال - القيادة - اتخاذ القرار - الاستكشاف والنقضي	فهم الأتماط والعلاقات والدوال .	

المجال : العد والجبر

## تحليل الحدودية الثلاثية: $ax^2 + bx + c$ , $a \neq 1$ Factorising Trinomials : $a x^2 + b x + c, a \neq 1$

٣ - ٢

سوف نتعلم : تحليل حدودية ثلاثية على الصورة:  $ax^2 + bx + c$  حيث  $a \neq 1$

### استكشاف

#### النوازم



حلل الحدودية الآتية تحليلًا تلميًا باستخدام بطاقات الجبر:

$$x^2 + 5x + 6$$

الخطوة الأولى:

مثل الحدودية ببطاقات الجبر كما يلي:



الخطوة الثانية:

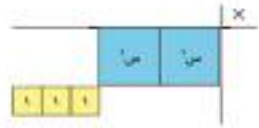
في زاوية راحة الضرب، ضع بطاقات  $x^2$

كذلك ضع بطاقات  $1$  على شكل مصفوفة.

بما أن  $2$  عدد أولي، فإنه يمكن ترتيب

البطاقات الثلاث بمصفوفة  $2 \times 1$

كما في الشكل.



الخطوة الثالثة:

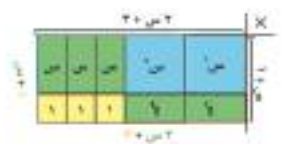
أكمل شكل المستطيل على راحة الضرب ببطاقات  $x$

فئلاستط  $1$ : طول المستطيل  $= x + 2$

وعرض المستطيل  $= x + 1$

$\therefore$  مساحة المستطيل  $= (x + 2)(x + 1)$

$\therefore x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 1)$



## معايير المنهج ومؤشرات الأداء للوحدة التعليمية الثانية

مؤشر الأداء	معايير المنهج	المجال
<ul style="list-style-type: none"> <li>العمل الجماعي - الاستكشاف</li> <li>والنقضي - التذكر - التعرف - الفهم - المقارنة والتمييز - التمثيل - النمذجة - التحليل والتركيب - القوانين</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>تمثيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية باستخدام الرموز الجبرية .</li> </ul>	العذ والجبر
<ul style="list-style-type: none"> <li>التعاون - المشاركة - الاستنتاج - الترميز والرمجة - حل المشكلات - الاستدلال - القيادة - اتخاذ القرار - الاستكشاف والنقضي</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>فهم الأنماط والعلاقات والدوال .</li> </ul>	

معييار الدرس :

- تمثيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية

باستخدام الرموز الجبرية

- فهم الأنماط والعلاقات والهدا

## تحليل الحدودية الثلاثية: $ax^2 + bx + c$ , $a \neq 1$

٣ - ٢

سوف نتعلم: تحليل حدودية ثلاثية على الصورة:  $ax^2 + bx + c$  حيث  $a \neq 1$

### استكشاف

#### النوازم



حلل الحدودية الآتية تحليلًا تلميًا باستخدام بطاقات الجبر:

$$2x^2 + 5x + 3$$

الخطوة الأولى:

مثل الحدودية ببطاقات الجبر كما يلي:



الخطوة الثانية:

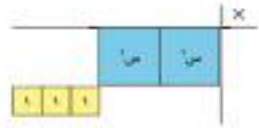
في زاوية راحة الضرب، ضع بطاقات

كذلك ضع بطاقات  $1$  على شكل مصفوفة.

بما أن  $2$  عدد أولي، فإنه يمكن ترتيب

البطاقات الثلاث بمصفوفة  $2 \times 1$

كما في الشكل.



الخطوة الثالثة:

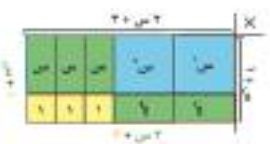
أكمل شكل المستطيل على راحة الضرب ببطاقات

فالمستطيل: طول المستطيل =  $2x + 3$

وعرض المستطيل =  $x + 1$

$\therefore$  مساحة المستطيل =  $(2x + 3)(x + 1)$

$\therefore 2x^2 + 5x + 3 = (2x + 3)(x + 1)$



## نواتج التعلم :

يحلل حدودية ثلاثية على الصورة  
 $hس + 2ب + س + ج -$  ، حيث  $h \neq 0$

يستكشف تحليل حدودية ثلاثية على  
الصورة  
 $hس + 2ب + س + ج -$  باستخدام بطاقات  
الجبر

### تحليل الحدودية الثلاثية: $اس^2 + بس + ج$ ، $ا \neq 1$ Factorising Trinomials : $ax^2 + bx + c$ , $a \neq 1$

٣-٢

سوف نتعلم : تحليل حدودية ثلاثية على الصورة:  $اس^2 + بس + ج$  ، حيث  $ا \neq 1$

استكشاف

النموذج

حلل الحدودية الآتية تحليلًا تلميًا باستخدام بطاقات الجبر :

$$س^2 + 5س + 6$$

الخطوة الأولى :

مقلل الحدودية ببطاقات الجبر كما يأتي :



الخطوة الثانية :

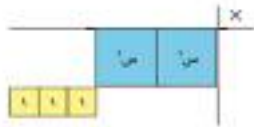
في زاوية راحة الضرب، ضع بطاقات

كذلك ضع بطاقات  $1$  على شكل مصفوفة.

بما أن  $2$  عدد أولي ، فإنه يمكن ترتيب

البطاقات الثلاث بمصفوفة  $2 \times 1$

كما في الشكل .



الخطوة الثالثة :

أكمل شكل المستطيل على راحة الضرب ببطاقات

فلاحظ أن : طول المستطيل =  $س + 2$

وعرض المستطيل =  $س + 3$

$\therefore$  مساحة المستطيل =  $(س + 2)(س + 3)$

$\therefore س^2 + 5س + 6 = (س + 2)(س + 3)$



## 2-3: تحليل حدودية ثلاثية على الصورة $hس2 + ب س + ج- )$ ( حصتين )

الوحدة الأولى	الوحدة الثانية
مناقشة بند استكشف	يحلل بأخذ العامل المشترك الأكبر ومن ثم يحلل حدودية ثلاثية
يحلل حدودية ثلاثية على الصورة $hس2 + ب س + ج- $ حدها الثالث موجب	يحل عبّر عن فهمك
يحلل حدودية ثلاثية على الصورة $hس2 + ب س + ج- $ حدها الثالث سالب	

## بند 2-3

يحلل حدودية ثلاثية على الصورة  $hس2 + ب س + ج$  -

عبر عن فهمك



أوجد قيمتين للمعامل  $ك$  تسمحان بتحليل الحدودية :

$$٤س^٢ + كس + ١٠$$

$$١٤ = ك \quad ٤س^٢ + ١٤س + ١٠ = (١٠ + س)(٤س + ٢) = (١٠ + س)(٢ + ٢س)$$

$$٤١ = ك \quad ٤س^٢ + ٤١س + ١٠ = (١٠ + س)(٤س + ١)$$

$$١٣ = ك \quad ٤س^٢ + ١٣س + ١٠ = (١٠ + س)(٤س + ٣)$$

$$٢٢ = ك \quad ٤س^٢ + ٢٢س + ١٠ = (١٠ + س)(٤س + ٢) = (١٠ + ٢س)(١ + س)$$

## معايير المنهج ومؤشرات الأداء للوحدة التعليمية الثانية

مؤشر الأداء	معايير المنهج	المجال
العمل الجماعي - الاستكشاف والنقضي - التذكر - التعرف - الفهم - المقارنة والتمييز - التمثيل - النمذجة - التحليل والتركيب - القوانين	تمثيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية باستخدام الرموز الجبرية .	العدّ والجبر
التعاون - المشاركة - الاستنتاج - الترميز والرمجة - حلّ المشكلات - الاستدلال - القيادة - اتخاذ القرار - الاستكشاف والنقضي	فهم الأتماط والعلاقات والدوال .	

المجال : العد والجبر

## تحليل المربع الكامل Factorising Perfect Square

٢ - ٤

سوف تتعلم : تحليل المربع الكامل ، والتحليل بإكمال المربع .

الصفات والمفردات :

Perfect Square  
Completing the Square

مربع كامل  
إكمال المربع

استكشاف

الواجب :



حتى الحدودية الآتية تحويلاً دائماً باستخدام بطاقات الجبر :

$$س^2 + ٤س + ٤$$

الخطوة الأولى :

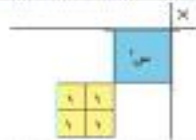
مثل الحدودية  $س^2 + ٤س + ٤$  ببطاقات الجبر كما يلي :



الخطوة الثانية :

في زاوية رقعة الضرب - ضع بطاقة  $س^2$  .

كذلك ضع بطاقات  $٤س$  على شكل مصفوفة كما في الشكل :



الخطوة الثالثة :

أكمل شكل المربع على رقعة الضرب ببطاقات  $س$  .

فلاحظ أن طول ضلع المربع =  $س + ٢$

$$\therefore \text{مساحة المربع} = (س + ٢) (س + ٢)$$

$$= (س + ٢)^2$$

$$\therefore س^2 + ٤س + ٤ = (س + ٢) (س + ٢)$$

$$= (س + ٢)^2 \quad (\text{تحقق جبرياً})$$

## معايير المنهج ومؤشرات الأداء للوحدة التعليمية الثانية

المجال	معايير المنهج	مؤشر الأداء
العذ والجبر	تمثيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية باستخدام الرموز الجبرية .	العمل الجماعي - الاستكشاف والنقضي - التذكر - التعرف - الفهم - المقارنة والتمييز - التمثيل - النمذجة - التحليل والتركيب - القوانين
	فهم الأنماط والعلاقات والدوال .	التعاون - المشاركة - الاستنتاج - الترميز والرمجة - حل المشكلات - الاستدلال - القيادة - اتخاذ القرار - الاستكشاف والنقضي

معياري الدرس :

- تمثيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية

باستخدام الرموز الجبرية

- فهم الأنماط والعلاقات والدوال

## تحليل المربع الكامل Factorising Perfect Square

٤ - ٢

سوف تتعلم : تحليل المربع الكامل ، والتحليل بإكمال المربع .

الإشارات والمفردات :

Perfect Square  
Completing the Square

مربع كامل  
إكمال المربع

استكشاف

الواجب :



حتى الحدودية الآتية نحلها دائما باستخدام بطاقات الجبر :

$$س^2 + ٤س + ٤$$

الخطوة الأولى :

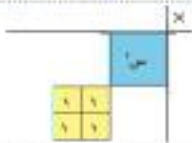
مثل الحدودية  $س^2 + ٤س + ٤$  ببطاقات الجبر كما يلي :



الخطوة الثانية :

في زاوية رقة الضرب - ضع بطاقة  $س$  .

كذلك ضع بطاقات  $٤$  على شكل مصفوفة كما في الشكل :



الخطوة الثالثة :

أكمل شكل المربع على رقة الضرب ببطاقات  $س$  .

فلاحظ أن طول ضلع المربع =  $س + ٢$

$$\therefore \text{مساحة المربع} = (س + ٢) (س + ٢)$$

$$= (س + ٢)^2$$

$$\therefore س^2 + ٤س + ٤ = (س + ٢) (س + ٢)$$

$$= (س + ٢)^2 \quad (\text{تتحقق جبرياً})$$

## تحليل المربّع الكامل Factorising Perfect Square

٤ - ٢

سيوف تتعلم : تحليل المربّع الكامل ، والتحليل بإكمال المربّع .

العبارات والمفردات :

Perfect Square  
Completing the Square

مربّع كامل  
إكمال المربّع

استكشف



مثل الحدودية الآتية تحليلاً تاماً باستخدام بطاقات الجبر :  
 $x^2 + 4x + 4$

الخطوة الأولى :  
مثل الحدودية  $x^2 + 4x + 4$  ببطاقات الجبر كما يلي :

الخطوة الثانية :  
في زاوية رقعة الضرب - ضع بطاقة  $x^2$  ،  
كذلك ضع بطاقات  $4x$  على شكل مصفوفة كما في الشكل :

الخطوة الثالثة :  
أكمل شكل المربّع على رقعة الضرب ببطاقات  $4$  ،  
فلاحظ أن طول ضلع المربّع =  $x + 2$   
∴ مساحة المربّع =  $(x + 2)(x + 2)$   
 $= (x + 2)^2$   
∴  $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)(x + 2) = (x + 2)^2$   
(تحقق جبرياً)

نواتج التعلم :

- يحل مربع كامل
- يحل حدودية بإكمال المربع

العبارات والمفردات :

- مربع كامل
- أكمال المربع

يستكشف تحلل حدودية ثلاثية تمثل  
مربعاً كاملاً تحليلاً تاماً باستخدام بطاقات  
الجبر

أكمل ما يلي :

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$   
 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$   
 $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

يُسمى ذلك مربعًا كاملًا

مربع الحد الأول =  $a^2$   
 الحد الأول  $\times$  الحد الثاني =  $2ab$   
 مربع الحد الثاني =  $b^2$

تحليل المربع الكامل

$(a^2 + 2ab + b^2) = (a + b)^2$   
 $(a^2 - 2ab + b^2) = (a - b)^2$

الجذر التربيعي الموجب للحد الأول  
 إشارة الحد الأوسط  
 الجذر التربيعي الموجب للحد الثالث

التحليل الحدودية من  $x^2 + 4x + 4$  بالطريقة الجبرية :  
 الجذر التربيعي الموجب للحد الأول =  $x$   
 الجذر التربيعي الموجب للحد الثالث =  $2$   
 $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$   
 وهذا المقار ( من  $x^2 - 4x + 4$  ) يُسمى مربعًا كاملًا .  
 وستلتصم دراستنا في هذا الكتاب على الطريقة الجبرية فقط .

مثال (1)

حدد ما إذا كانت الحدودية الثلاثية الآتية مربعًا كاملًا أم لا ؟ ثم حلّ الحدودية إذا كانت مربعًا كاملًا .  
 من  $x^2 + 4x + 4$

الحل :

- حل من  $x^2 + 4x + 4$  الإيجابية : نعم ، وجذره التربيعي الموجب =  $x + 2$
- حل من  $x^2 - 4x + 4$  الإيجابية : نعم ، وجذره التربيعي الموجب =  $x - 2$
- حل الحد الأوسط ضعف حاصل ضرب من  $x + 2$

الإيجابية : نعم - حيث  $2 \times 2 = 4$  من ( الحد الأوسط )

الحدودية الثلاثية من  $x^2 + 4x + 4$  مربع كامل  
 $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$

يحدد ما إذا كانت الحدودية الثلاثية مربعًا كاملًا أم لا

تابع : يحدد ما إذا كانت الحدودية  
الثلائية مربعاً كاملاً أم لا

يحلل حدودية ثلاثية تمثل مربعاً كاملاً

يوظف تحليل مقدار باستخراج  
العامل المشترك الأكبر إن وجد  
ليحلل حدودية ثلاثية على الصورة  
مربع كامل

دورك الآن (1)

أي من الحدوديات الثلاثية الآتية تمثل مربعاً كاملاً :

① من  $4x^2 + 9x + 9$

② من  $9x^2 - 6x + 1$

③ من  $3x^2 + 9x + 9$

④ من  $4x^2 + 36x + 9$

دورك الآن (2)

حلل كلاً مما يلي تحليلاً تاماً :

① من  $16x^2 + 8x + 1$

② من  $(\dots + \dots)^2$

③ من  $16x^2 + 16x + 64$

مثال (2) :

حلل تحليلاً تاماً  $20x^2 - 30x + 5$

الحل :

$20x^2 - 30x + 5 = 5(4x^2 - 6x + 1)$

$5(2x - 1)(2x - 1) = 5(2x - 1)^2$  (ياخذ العامل المشترك)

دورك الآن (3)

حلل كلاً مما يلي تحليلاً تاماً :

① من  $9x^2 - 6x + 1$

② من  $4x^2 - 4x + 1$

③ من  $4x^2 + 8x + 4$

④ من  $4x^2 + 4x + 1$

تذكر

إخراج العامل المشترك الأكبر إن وجد .

www.manahj.com/kw

88

سؤال (3):

أوجد قيمة جـ التي تجعل الحدودية الثلاثية الآتية مربعًا كاملًا :  
 $9س^2 + جـس + 49$  ص

الحل :

- الجذر التربيعي الموجب للحد الأول =  $3س$
- الجذر التربيعي الموجب للحد الثالث =  $7ص$
- الحد الأوسط =  $2 \times 3س \times 7ص = 42س$  ص
- جـ =  $42س$  ص
- ∴ جـ =  $42$  (أو جـ =  $-42$ )

دورك الآن (E)

وظف مفهوم المربع الكامل لإيجاد قيمة كل مما يلي :

$$(101)^2 = (100 + \dots)^2$$

$$7(100) + \dots \times 100 + 2 \dots = \dots$$

$$\dots = \dots + \dots + 100000 = \dots$$

عز عن فهمك

ليكن المقدار  $س^2 + 6س + 49$  جـ مربعًا كاملًا، هل يمكن إيجاد قيمة جـ ؟ فسر إجابتك .

إكمال المربع

تعلم أن الحدودية  $س^2 + بس + جـ$  مربع كامل إذا كان :

$$بس = (س + \sqrt{جـ})^2$$

لكن الحدودية  $س^2 + بس + جـ$  ليست مربعًا كاملًا  
 لتتطوّر عند إضافة جـ يصبح مربعًا كاملًا

$$س^2 + بس + جـ = (س + \sqrt{جـ})^2$$

$$= س^2 + 2س\sqrt{جـ} + جـ$$

∴  $ب = 2\sqrt{جـ}$

$$\sqrt{جـ} = \left(\frac{ب}{2}\right)$$

∴  $جـ = \left(\frac{ب}{2}\right)^2$  ماذا تلاحظ ؟

يوجد قيمة معامل الحد الأوسط الذي يجعل الحدودية الثلاثية مربعًا كاملًا

يوظف مفهوم المربع الكامل لإيجاد قيمة مربع عدد

تستنتج أنه لإكمال حدودية  $s^2 + 2s + b$  نس إلى مربع كامل نضيف إليها مربع نصف معامل  $s$

يكمل حدودية  $s^2 + 2s + b$  نس إلى مربع كامل

يحلل حدودية ثلاثية بطريقة إكمال المربع

وبصورة عامة -  
 لإكمال الحدودية  $s^2 + 2s + b$  نس إلى مربع كامل ، نضيف إليها مربع نصف معامل  $s$  أي  $\left(\frac{b}{2}\right)^2$   
 $s^2 + 2s + b$  نس  $= \left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(2s + \frac{b}{2}\right)^2$  وهو مربع كامل .

أكمل نس  $s^2 + 4s + 4$  نس إلى مربع كامل .

الحل :

معامل  $s = 4$

نصف معامل  $s = \frac{4}{2} = 2$

مربع نصف معامل  $s = 2^2 = 4$

نضيف مربع نصف معامل  $s$

نس  $s^2 + 4s + 4 = (s + 2)^2$

نورك الآن (5)

أكمل نس  $s^2 + 12s + 36$  نس إلى مربع كامل .

مربع نصف معامل  $s = 36$

نس  $s^2 + 12s + 36 = (s + 6)^2$

مثال (5) :

حلل الحدودية الآتية بطريقة إكمال المربع :

نس  $s^2 + 6s + 8$

الحل :

نس  $s^2 + 6s + 8$  ليست مربعًا كاملًا

حتى يصبح  $(s^2 + 6s + 9)$  مربعًا كاملًا ، نضيف مربع نصف معامل  $s$

مربع نصف معامل  $s = 9 = 3^2$

وحتى لا تتغير الحدودية المطلوب تحليلها يلزم طرح 9

نس  $s^2 + 6s + 8 = (s^2 + 6s + 9) - 9 + 8$

$= (s + 3)^2 - 1$  (قرن بين مربعين)

$= (s + 3)(s + 3) - 1$

$= (s + 3)(s + 3) - 1$

يميز الحدودية التي تمثل مربع كامل

تمارين تالية:

1 أ) من الحدوديات الثلاثية الآتية تمثل مربعًا كاملًا ؟

Ⓐ  $x^2 - 4x + 4 = 0$

Ⓐ  $x^2 + 2x + 1 = 0$

Ⓑ  $x^2 + 12x + 36 = 0$

Ⓑ  $x^2 + 10x + 25 = 0$

2 حلل كلًا مما يلي تحليلًا تامًا:

Ⓐ  $x^2 + 6x + 9 = 0$

Ⓐ  $x^2 - 2x + 1 = 0$

Ⓑ  $x^2 + 22x + 121 = 0$

Ⓑ  $x^2 - 4x + 4 = 0$

Ⓒ  $x^2 + 27x + 81 = 0$

Ⓒ  $x^2 - 6x + 9 = 0$

3 وظف مفهوم المربع الكامل لإيجاد قيمة كل مما يلي :

Ⓐ  $(-5)^2$

Ⓐ  $(10^2)$

يوظف مفهوم المربع الكامل لإيجاد قيمة مربع عدد

1 أوجد القيمة جـ التي تجعل كلا من الحدوديات الثلاثية الآتية مربعًا كاملًا :

① من  $x^2 + جـ x + 81$

.....  
 .....  
 .....

② من  $x^2 - جـ x + 9$

.....  
 .....

3 ما طول ضلع المربع الذي مساحته  $(x^2 + 22x + 121)$  وحدة مربعة .

موقع المناهج الكويتية [www.mawj.gov.kw/](http://www.mawj.gov.kw/)

.....  
 .....

4 اكتب كلاً مما يلي في مربع كامل :

① من  $x^2 - 7$

.....  
 .....

② من  $x^2 + 18$

.....  
 .....

5 حلّ كلاً مما يلي بطريقة إكمال المربع :

① من  $x^2 - 8$

.....  
 .....

② من  $x^2 + 6 - 7$

.....  
 .....

يوظف تحليل المربع الكامل في إيجاد طول ضلع مربع

## 4-2: تحليل المربع الكامل ( 3 حصص )

الحصّة الأولى	الحصّة الثانية	الحصّة الثالثة
مناقشة بند استكشف	يوجد قيمة معامل الحد الأوسط	يكمل المربع
التوصل لقانون تحليل المربع الكامل	يوظف مفهوم المربع الكامل لايجاد قيمة مجهول	يحلل الحدودية ياكمال المربع
يميز المربع الكامل	يحل مسائل لفظية	
يحل تمارين مباشرة وبسيطة	يحل عبر عن فهمك	

## بند 2-4 تحليل المربع الكامل

عَبِّرْ عَنْ فَهْمِكَ



ليكن المقدار  $s^2 + 6s + 9$  مربعًا كاملًا، هل يمكن إيجاد قيمة  $s$ ؟ فسّر إجابتك.

$$2 \left( \frac{b}{2} \right) = -ج$$

$$2 \left( \frac{b}{2} \right) =$$

$$2 \left( \frac{b}{2} \right) =$$

$$9 =$$

## معايير المنهج ومؤشرات الأداء للوحدة التعليمية الثانية

مؤشر الأداء	معايير المنهج	المجال
العمل الجماعي - الاستكشاف والنقضي - التذكر - التعرف - الفهم - المقارنة والتمييز - التمثيل - النمذجة - التحليل والتركيب - القوانين	تمثيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية باستخدام الرموز الجبرية .	العد والجر
التعاون - المشاركة - الاستنتاج - الترميز والرمجة - حل المشكلات - الاستدلال - القيادة - اتخاذ القرار - الاستكشاف والنقضي	فهم الأتماط والعلاقات والدوال .	

المجال : العد والجر

## تحليل الحدودية الرباعية Factorising Quadrinomial Polynomial

٥ - ٢

سوف تتعلم : تحليل الحدودية الرباعية .

العبارات والمفردات :

Quadrinomial Polynomial

حدودية رباعية

حلّ وناقش

الحدودية الرباعية هي حدودية مكونة من أربعة حدود غير متشابهة .

فمثلاً :  $٤س + ٣س + ٢س + ١س$  حدودية رباعية

موقع  
المنهج الكويتية

almanahj.com/kw

هل يوجد عامل مشترك بين حدين من الحدود ؟

أخرج العامل المشترك لكل حدين .

هل يوجد عامل مشترك بين الحدين ؟

(تحقق جبرياً)

نذكر

- الجمع عملية إبدالية .
- الضرب عملية إبدالية .

جرب ، الآن ، تحليل الحدودية الرباعية بأخذ عوامل مشتركة أخرى

$٤س + ٣س + ٢س + ١س$

تحقق ، هل حصلت على التحليل نفسه ؟

مثال (١) :

حلّ الحدودية الآتية تحليلاً تاماً :

$٤ج + ٣د + ٢ج + ١د$

الحل :

$٤ج + ٣د + ٢ج + ١د$

$= (٤ج + ٣د) + (٢ج + ١د)$  (جزءه)

$= (٤ج + ٢ج) + (٣د + ١د)$  (بأخذ العامل المشترك)

$= (٦ج + ٤د) (١ + ١)$  (بأخذ العامل المشترك)

## معايير المنهج ومؤشرات الأداء للوحدة التعليمية الثانية

مؤشر الأداء	معايير المنهج	المجال
العمل الجماعي - الاستكشاف والنقضي - التذكر - التعرف - الفهم - المقارنة والتمييز - التمثيل - النمذجة - التحليل والتركيب - القوانين	تمثيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية باستخدام الرموز الجبرية .	العذ والجبر
التعاون - المشاركة - الاستنتاج - الترميز والرمجة - حل المشكلات - الاستدلال - القيادة - اتخاذ القرار - الاستكشاف والنقضي	فهم الأنماط والعلاقات والدوال .	

معييار الدرس :

- تمثيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية

باستخدام الرموز الجبرية

- فهم الأنماط والعلاقات والهدا

## تحليل الحدودية الرباعية Factorising Quadrinomial Polynomial

٥ - ٢

سوف تتعلم : تحليل الحدودية الرباعية .

العبارات والمفردات :

Quadrinomial Polynomial

حدودية رباعية

حلّ وناقش

الحدودية الرباعية هي حدودية مكونة من أربعة حدود غير متشابهة .

فمثلاً :  $٤س + ٣س + ٢س + ١س$  حدودية رباعية

موقع

المناهج الكويتية

almanahj.com/kw

هل يوجد عامل مشترك بين حدين من الحدود ؟

أخرج العامل المشترك لكل حدين .

هل يوجد عامل مشترك بين الحدين ؟

(تحقق جبرياً)

$٤س + ٣س + ٢س + ١س$

$= (٤س + ٣س) + (٢س + ١س)$

$= (٢س + ١) (٢س + ١) + (٢س + ١)$

$= (٢س + ١) (٢س + ١ + ١)$

جرب ، الآن ، تحليل الحدودية الرباعية بأخذ عوامل مشتركة أخرى

$٤س + ٣س + ٢س + ١س$

تحقق ، هل حصلت على التحليل نفسه ؟

مثال (١) :

حلّ الحدودية الآتية تحليلاً تاماً :

$٤ج + ٣د + ٢ج + ١د$

الحل :

$٤ج + ٣د + ٢ج + ١د$

$= (٤ج + ٣د) + (٢ج + ١د)$  (جزءه)

$= (٢ج + ١) (٢ج + ١) + (٢ج + ١)$  (بأخذ العامل المشترك)

$= (٢ج + ١) (٢ج + ١ + ١)$  (بأخذ العامل المشترك)

نذكر

• الجمع عملية إبدالية .

• الضرب عملية إبدالية .

نتائج التعلم :

يحلل الحدودية الرباعية

العبارات والمفردات: حدودية رباعية

يوظف التحليل بإخراج العامل المشترك الأكبر لتحليل حدودية رباعية تحليلاً تاماً

## تحليل الحدودية الرباعية Factorising Quadrinomial Polynomial

٥ - ٢

سوف تتعلم : تحليل الحدودية الرباعية .

العبارات والمفردات :

Quadrinomial Polynomial

حدودية رباعية

حلّ وناقش

الحدودية الرباعية هي حدودية مكونة من أربعة حدود غير متشابهة .

فمثلاً :  $٤س + ٣س + ٢س + ١س$  حدودية رباعية

هل يمكنك تحليل الحدودية الرباعية باستخدام طرق التحليل التي درستها من قبل؟

هل يوجد عامل مشترك بين الحدود الأربعة؟

$٤س + ٣س + ٢س + ١س$

$= (٤س + ٣س) + (٢س + ١س)$

$= (٤ + ٣)س + (٢ + ١)س$

$= ٧س + ٣س$

$= (٧ + ٣)س$

جواب : الآن ، تحليل الحدودية الرباعية بأخذ عوامل مشتركة أخرى

$٤س + ٣س + ٢س + ١س$

تحقق ، هل حصلت على التحليل نفسه؟

مثال (١) :

حلّ الحدودية الآتية تحليلاً تاماً :

$٤س + ٣س + ٢س + ١س$

الحل :

$٤س + ٣س + ٢س + ١س$

$= (٤س + ٣س) + (٢س + ١س)$  (جزئية)

$= (٧س + ٣س)$  (بأخذ العامل المشترك)

$= (٧ + ٣)س$  (بأخذ العامل المشترك)

نذكر

الجمع عملية إبدائية .

الضرب عملية إبدائية .

موقع

المناهج الكويتية

almanahj.com/kw

# يوظف تحليل الفرق بين مربعين لتحليل حدودية رباعية تحليلًا تامًا

**مثال (٣) :**  
حلل تحليلًا تامًا :-  
 $س^٢ - ٢س - ٢ = (س - ٢)(س + ١)$   
الحل :-  
 $س^٢ - ٢س - ٢ = س^٢ + س - ٣س - ٢ = (س^٢ + س) + (-٣س - ٢)$   
 $= س(س + ١) - ٢(س + ١) = (س + ١)(س - ٢)$   
(حلل الفرق بين مربعين)

**دوره الآن (٣) :**  
حلل كلًا مما يلي تحليلًا تامًا :-  
١)  $س^٢ - ٣س - ٤ = (س - ٤)(س + ١)$   
٢)  $س^٢ + ٤س - ٩ = (س + ٩)(س - ١)$

**تمارين ليلية :**  
حلل كلًا مما يلي تحليلًا تامًا :-  
١)  $س^٢ - ٣س - ٤ = (س - ٤)(س + ١)$   
٢)  $س^٢ + ٤س - ٩ = (س + ٩)(س - ١)$

موقع  
المنهاج الكويتية  
almanahj.com/kw

الدرس الخامس

## 2-5: تحليل الحدودية الرباعية ( حصتين )

الحصّة الأولى	الحصّة الثانية
مناقشة بند استكشف	تحليل بأخذ العامل المشترك الأكبر ومن ثم يحلّل الحدودية الرباعية
التوصل لطريقة تحليل الفرق بين مكعبين ومجموع مكعبين	
يحلّ تمارين مباشرة	

## بند 5-2 تحليل الحدودية الرباعية

لا يوجد

## معايير المنهج ومؤشرات الأداء للوحدة التعليمية الثانية

المجال	معايير المنهج	مؤشر الأداء
العدّ والجبر	تمثيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية باستخدام الرموز الجبرية .	العمل الجماعي - الاستكشاف والنقضي - التذكر - التعرف - الفهم - المقارنة والتمييز - التمثيل - النمذجة - التحليل والتركيب - القوانين
	فهم الأتماط والعلاقات والدوال .	التعاون - المشاركة - الاستنتاج - الترميز والرمجة - حل المسائل - الاستدلال - القيادة - اتخاذ القرار - الاستكشاف والنقضي

المجال : العد والجبر

## حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد ٦-٢

### Solving Second Degree Equation in One Variable

سوف تتعلم : حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد علمية مبرهنة واحد من  $x^2 + 2x + 1 = 0$  .

#### العبارات والمفردات :

Second Degree Equation with One Variable Solving an Equation معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد حل معادلة

#### حل وناقش



تشارك أمل في معادلة رسم لوحة فنية متناسية لإطفاء آخر بشر نقطية . وكان من شروط المسابقة أن تكون مساحة اللوحة ١٥٠ سم<sup>٢</sup> .

للم تجد في المكتبة إلا لوحتان إحداهما مربعة الشكل والأخرى مستطيلة الشكل كما هو موضح في الشكل المقابل . ساعد أمل على إيجاد قيم  $a$  التي تجعل مجموع مساحتي اللوحتين يساوي ١٥٠ سم<sup>٢</sup> .

١. أكتب مساحة اللوحة المربعة بدلالة  $a$  .

٢. أكتب مساحة اللوحة المستطيلة بدلالة  $a$  .

٣. أوجد قيم  $a$  التي تجعل مجموع المساحتين يساوي ١٥٠ سم<sup>٢</sup> .

• نكتب المعادلة :  $150 = \dots + \dots$

نبحث عن عدد موجب مجموع مربعه وخمسة أمثاله يساوي ١٥٠ .

• نضع المعادلة في صورة  $ax^2 + bx + c = 0$  .

•  $a = \dots$  ،  $b = \dots$  ،  $c = \dots$

• نحل بطريقة متناسية لإيجاد قيم  $a$  :

•  $0 = (\dots - \dots) (\dots + \dots)$

• نوجد قيم  $a$  .

• هل نقبل القيمتان ١ و ٢٠؟

#### لاحظ أن

المعادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد تُسمى المعادلة التربيعية .

#### تذكر

حل المعادلة يعني إيجاد قيم المتغير التي تحقق المعادلة .

#### معلومة مفيدة

تمثل الكويت منقوشاً في ٦ نوفمبر بذكرى إطفاء آخر بشر نقطية إثر العدوان العراقي الغاشم .

## معايير المنهج ومؤشرات الأداء للوحدة التعليمية الثانية

المجال	معايير المنهج	مؤشر الأداء
العَدَد والجبر	تمثيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية باستخدام الرموز الجبرية .	العمل الجماعي - الاستكشاف والنقضي - التذكر - التعرف - الفهم - المقارنة والتمييز - التمثيل - النمذجة - التحليل والتركيب - القوانين
	فهم الأتماط والعلاقات والدوال .	التعاون - المشاركة - الاستنتاج - الترميز والرمجة - حل المسكلات - الاستدلال - القيادة - اتخاذ القرار - الاستكشاف والنقضي

معياري الدرس :

- تمثيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية باستخدام الرموز الجبرية

## حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد ٦-٣

### Solving Second Degree Equation in One Variable

سوف تتعلم: حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد علمية مبرهنة واحدة من:  $x^2 + 2x + 1 = 0$  ،  $x^2 + 4x + 4 = 0$  ،  $x^2 + 6x + 9 = 0$  ،  $x^2 + 8x + 16 = 0$  ،  $x^2 + 10x + 25 = 0$  ،  $x^2 + 12x + 36 = 0$  ،  $x^2 + 14x + 49 = 0$  ،  $x^2 + 16x + 64 = 0$  ،  $x^2 + 18x + 81 = 0$  ،  $x^2 + 20x + 100 = 0$  ،  $x^2 + 22x + 121 = 0$  ،  $x^2 + 24x + 144 = 0$  ،  $x^2 + 26x + 169 = 0$  ،  $x^2 + 28x + 196 = 0$  ،  $x^2 + 30x + 225 = 0$  ،  $x^2 + 32x + 256 = 0$  ،  $x^2 + 34x + 289 = 0$  ،  $x^2 + 36x + 324 = 0$  ،  $x^2 + 38x + 361 = 0$  ،  $x^2 + 40x + 400 = 0$  ،  $x^2 + 42x + 441 = 0$  ،  $x^2 + 44x + 484 = 0$  ،  $x^2 + 46x + 529 = 0$  ،  $x^2 + 48x + 576 = 0$  ،  $x^2 + 50x + 625 = 0$  ،  $x^2 + 52x + 676 = 0$  ،  $x^2 + 54x + 729 = 0$  ،  $x^2 + 56x + 784 = 0$  ،  $x^2 + 58x + 841 = 0$  ،  $x^2 + 60x + 900 = 0$  ،  $x^2 + 62x + 961 = 0$  ،  $x^2 + 64x + 1024 = 0$  ،  $x^2 + 66x + 1089 = 0$  ،  $x^2 + 68x + 1156 = 0$  ،  $x^2 + 70x + 1225 = 0$  ،  $x^2 + 72x + 1296 = 0$  ،  $x^2 + 74x + 1369 = 0$  ،  $x^2 + 76x + 1444 = 0$  ،  $x^2 + 78x + 1521 = 0$  ،  $x^2 + 80x + 1584 = 0$  ،  $x^2 + 82x + 1649 = 0$  ،  $x^2 + 84x + 1716 = 0$  ،  $x^2 + 86x + 1784 = 0$  ،  $x^2 + 88x + 1854 = 0$  ،  $x^2 + 90x + 1924 = 0$  ،  $x^2 + 92x + 1996 = 0$  ،  $x^2 + 94x + 2069 = 0$  ،  $x^2 + 96x + 2144 = 0$  ،  $x^2 + 98x + 2221 = 0$  ،  $x^2 + 100x + 2299 = 0$  ،  $x^2 + 102x + 2379 = 0$  ،  $x^2 + 104x + 2459 = 0$  ،  $x^2 + 106x + 2540 = 0$  ،  $x^2 + 108x + 2621 = 0$  ،  $x^2 + 110x + 2704 = 0$  ،  $x^2 + 112x + 2788 = 0$  ،  $x^2 + 114x + 2876 = 0$  ،  $x^2 + 116x + 2966 = 0$  ،  $x^2 + 118x + 3057 = 0$  ،  $x^2 + 120x + 3149 = 0$  ،  $x^2 + 122x + 3242 = 0$  ،  $x^2 + 124x + 3337 = 0$  ،  $x^2 + 126x + 3434 = 0$  ،  $x^2 + 128x + 3532 = 0$  ،  $x^2 + 130x + 3632 = 0$  ،  $x^2 + 132x + 3734 = 0$  ،  $x^2 + 134x + 3837 = 0$  ،  $x^2 + 136x + 3941 = 0$  ،  $x^2 + 138x + 4047 = 0$  ،  $x^2 + 140x + 4154 = 0$  ،  $x^2 + 142x + 4262 = 0$  ،  $x^2 + 144x + 4372 = 0$  ،  $x^2 + 146x + 4483 = 0$  ،  $x^2 + 148x + 4595 = 0$  ،  $x^2 + 150x + 4708 = 0$  ،  $x^2 + 152x + 4822 = 0$  ،  $x^2 + 154x + 4941 = 0$  ،  $x^2 + 156x + 5061 = 0$  ،  $x^2 + 158x + 5182 = 0$  ،  $x^2 + 160x + 5304 = 0$  ،  $x^2 + 162x + 5427 = 0$  ،  $x^2 + 164x + 5553 = 0$  ،  $x^2 + 166x + 5680 = 0$  ،  $x^2 + 168x + 5809 = 0$  ،  $x^2 + 170x + 5939 = 0$  ،  $x^2 + 172x + 6070 = 0$  ،  $x^2 + 174x + 6202 = 0$  ،  $x^2 + 176x + 6335 = 0$  ،  $x^2 + 178x + 6470 = 0$  ،  $x^2 + 180x + 6606 = 0$  ،  $x^2 + 182x + 6743 = 0$  ،  $x^2 + 184x + 6867 = 0$  ،  $x^2 + 186x + 6993 = 0$  ،  $x^2 + 188x + 7120 = 0$  ،  $x^2 + 190x + 7259 = 0$  ،  $x^2 + 192x + 7399 = 0$  ،  $x^2 + 194x + 7540 = 0$  ،  $x^2 + 196x + 7682 = 0$  ،  $x^2 + 198x + 7825 = 0$  ،  $x^2 + 200x + 7969 = 0$  ،  $x^2 + 202x + 8117 = 0$  ،  $x^2 + 204x + 8270 = 0$  ،  $x^2 + 206x + 8424 = 0$  ،  $x^2 + 208x + 8579 = 0$  ،  $x^2 + 210x + 8735 = 0$  ،  $x^2 + 212x + 8892 = 0$  ،  $x^2 + 214x + 9050 = 0$  ،  $x^2 + 216x + 9209 = 0$  ،  $x^2 + 218x + 9369 = 0$  ،  $x^2 + 220x + 9530 = 0$  ،  $x^2 + 222x + 9692 = 0$  ،  $x^2 + 224x + 9855 = 0$  ،  $x^2 + 226x + 10019 = 0$  ،  $x^2 + 228x + 10187 = 0$  ،  $x^2 + 230x + 10356 = 0$  ،  $x^2 + 232x + 10526 = 0$  ،  $x^2 + 234x + 10697 = 0$  ،  $x^2 + 236x + 10869 = 0$  ،  $x^2 + 238x + 11042 = 0$  ،  $x^2 + 240x + 11208 = 0$  ،  $x^2 + 242x + 11375 = 0$  ،  $x^2 + 244x + 11544 = 0$  ،  $x^2 + 246x + 11715 = 0$  ،  $x^2 + 248x + 11887 = 0$  ،  $x^2 + 250x + 12060 = 0$  ،  $x^2 + 252x + 12224 = 0$  ،  $x^2 + 254x + 12389 = 0$  ،  $x^2 + 256x + 12555 = 0$  ،  $x^2 + 258x + 12722 = 0$  ،  $x^2 + 260x + 12886 = 0$  ،  $x^2 + 262x + 13052 = 0$  ،  $x^2 + 264x + 13219 = 0$  ،  $x^2 + 266x + 13387 = 0$  ،  $x^2 + 268x + 13556 = 0$  ،  $x^2 + 270x + 13726 = 0$  ،  $x^2 + 272x + 13897 = 0$  ،  $x^2 + 274x + 14069 = 0$  ،  $x^2 + 276x + 14232 = 0$  ،  $x^2 + 278x + 14396 = 0$  ،  $x^2 + 280x + 14561 = 0$  ،  $x^2 + 282x + 14727 = 0$  ،  $x^2 + 284x + 14894 = 0$  ،  $x^2 + 286x + 15062 = 0$  ،  $x^2 + 288x + 15231 = 0$  ،  $x^2 + 290x + 15401 = 0$  ،  $x^2 + 292x + 15571 = 0$  ،  $x^2 + 294x + 15742 = 0$  ،  $x^2 + 296x + 15914 = 0$  ،  $x^2 + 298x + 16087 = 0$  ،  $x^2 + 300x + 16261 = 0$  ،  $x^2 + 302x + 16426 = 0$  ،  $x^2 + 304x + 16591 = 0$  ،  $x^2 + 306x + 16757 = 0$  ،  $x^2 + 308x + 16924 = 0$  ،  $x^2 + 310x + 17092 = 0$  ،  $x^2 + 312x + 17261 = 0$  ،  $x^2 + 314x + 17431 = 0$  ،  $x^2 + 316x + 17602 = 0$  ،  $x^2 + 318x + 17773 = 0$  ،  $x^2 + 320x + 17945 = 0$  ،  $x^2 + 322x + 18108 = 0$  ،  $x^2 + 324x + 18272 = 0$  ،  $x^2 + 326x + 18437 = 0$  ،  $x^2 + 328x + 18602 = 0$  ،  $x^2 + 330x + 18777 = 0$  ،  $x^2 + 332x + 18953 = 0$  ،  $x^2 + 334x + 19130 = 0$  ،  $x^2 + 336x + 19288 = 0$  ،  $x^2 + 338x + 19446 = 0$  ،  $x^2 + 340x + 19605 = 0$  ،  $x^2 + 342x + 19764 = 0$  ،  $x^2 + 344x + 19924 = 0$  ،  $x^2 + 346x + 20084 = 0$  ،  $x^2 + 348x + 20245 = 0$  ،  $x^2 + 350x + 20406 = 0$  ،  $x^2 + 352x + 20567 = 0$  ،  $x^2 + 354x + 20729 = 0$  ،  $x^2 + 356x + 20891 = 0$  ،  $x^2 + 358x + 21054 = 0$  ،  $x^2 + 360x + 21217 = 0$  ،  $x^2 + 362x + 21381 = 0$  ،  $x^2 + 364x + 21546 = 0$  ،  $x^2 + 366x + 21711 = 0$  ،  $x^2 + 368x + 21876 = 0$  ،  $x^2 + 370x + 22052 = 0$  ،  $x^2 + 372x + 22197 = 0$  ،  $x^2 + 374x + 22343 = 0$  ،  $x^2 + 376x + 22489 = 0$  ،  $x^2 + 378x + 22636 = 0$  ،  $x^2 + 380x + 22783 = 0$  ،  $x^2 + 382x + 22931 = 0$  ،  $x^2 + 384x + 23079 = 0$  ،  $x^2 + 386x + 23227 = 0$  ،  $x^2 + 388x + 23375 = 0$  ،  $x^2 + 390x + 23523 = 0$  ،  $x^2 + 392x + 23671 = 0$  ،  $x^2 + 394x + 23820 = 0$  ،  $x^2 + 396x + 23969 = 0$  ،  $x^2 + 398x + 24118 = 0$  ،  $x^2 + 400x + 24267 = 0$  ،  $x^2 + 402x + 24416 = 0$  ،  $x^2 + 404x + 24565 = 0$  ،  $x^2 + 406x + 24714 = 0$  ،  $x^2 + 408x + 24863 = 0$  ،  $x^2 + 410x + 25012 = 0$  ،  $x^2 + 412x + 25161 = 0$  ،  $x^2 + 414x + 25310 = 0$  ،  $x^2 + 416x + 25459 = 0$  ،  $x^2 + 418x + 25608 = 0$  ،  $x^2 + 420x + 25757 = 0$  ،  $x^2 + 422x + 25906 = 0$  ،  $x^2 + 424x + 26055 = 0$  ،  $x^2 + 426x + 26204 = 0$  ،  $x^2 + 428x + 26353 = 0$  ،  $x^2 + 430x + 26502 = 0$  ،  $x^2 + 432x + 26651 = 0$  ،  $x^2 + 434x + 26800 = 0$  ،  $x^2 + 436x + 26949 = 0$  ،  $x^2 + 438x + 27098 = 0$  ،  $x^2 + 440x + 27247 = 0$  ،  $x^2 + 442x + 27396 = 0$  ،  $x^2 + 444x + 27545 = 0$  ،  $x^2 + 446x + 27694 = 0$  ،  $x^2 + 448x + 27843 = 0$  ،  $x^2 + 450x + 27992 = 0$  ،  $x^2 + 452x + 28141 = 0$  ،  $x^2 + 454x + 28290 = 0$  ،  $x^2 + 456x + 28439 = 0$  ،  $x^2 + 458x + 28588 = 0$  ،  $x^2 + 460x + 28737 = 0$  ،  $x^2 + 462x + 28886 = 0$  ،  $x^2 + 464x + 29035 = 0$  ،  $x^2 + 466x + 29184 = 0$  ،  $x^2 + 468x + 29333 = 0$  ،  $x^2 + 470x + 29482 = 0$  ،  $x^2 + 472x + 29631 = 0$  ،  $x^2 + 474x + 29780 = 0$  ،  $x^2 + 476x + 29929 = 0$  ،  $x^2 + 478x + 30078 = 0$  ،  $x^2 + 480x + 30227 = 0$  ،  $x^2 + 482x + 30376 = 0$  ،  $x^2 + 484x + 30525 = 0$  ،  $x^2 + 486x + 30674 = 0$  ،  $x^2 + 488x + 30823 = 0$  ،  $x^2 + 490x + 30972 = 0$  ،  $x^2 + 492x + 31121 = 0$  ،  $x^2 + 494x + 31270 = 0$  ،  $x^2 + 496x + 31419 = 0$  ،  $x^2 + 498x + 31568 = 0$  ،  $x^2 + 500x + 31717 = 0$  ،  $x^2 + 502x + 31866 = 0$  ،  $x^2 + 504x + 32015 = 0$  ،  $x^2 + 506x + 32164 = 0$  ،  $x^2 + 508x + 32313 = 0$  ،  $x^2 + 510x + 32462 = 0$  ،  $x^2 + 512x + 32611 = 0$  ،  $x^2 + 514x + 32760 = 0$  ،  $x^2 + 516x + 32909 = 0$  ،  $x^2 + 518x + 33058 = 0$  ،  $x^2 + 520x + 33207 = 0$  ،  $x^2 + 522x + 33356 = 0$  ،  $x^2 + 524x + 33505 = 0$  ،  $x^2 + 526x + 33654 = 0$  ،  $x^2 + 528x + 33803 = 0$  ،  $x^2 + 530x + 33952 = 0$  ،  $x^2 + 532x + 34101 = 0$  ،  $x^2 + 534x + 34250 = 0$  ،  $x^2 + 536x + 34399 = 0$  ،  $x^2 + 538x + 34598 = 0$  ،  $x^2 + 540x + 34747 = 0$  ،  $x^2 + 542x + 34896 = 0$  ،  $x^2 + 544x + 35045 = 0$  ،  $x^2 + 546x + 35194 = 0$  ،  $x^2 + 548x + 35343 = 0$  ،  $x^2 + 550x + 35492 = 0$  ،  $x^2 + 552x + 35641 = 0$  ،  $x^2 + 554x + 35790 = 0$  ،  $x^2 + 556x + 35939 = 0$  ،  $x^2 + 558x + 36088 = 0$  ،  $x^2 + 560x + 36237 = 0$  ،  $x^2 + 562x + 36386 = 0$  ،  $x^2 + 564x + 36535 = 0$  ،  $x^2 + 566x + 36684 = 0$  ،  $x^2 + 568x + 36833 = 0$  ،  $x^2 + 570x + 36982 = 0$  ،  $x^2 + 572x + 37131 = 0$  ،  $x^2 + 574x + 37280 = 0$  ،  $x^2 + 576x + 37429 = 0$  ،  $x^2 + 578x + 37578 = 0$  ،  $x^2 + 580x + 37727 = 0$  ،  $x^2 + 582x + 37876 = 0$  ،  $x^2 + 584x + 38025 = 0$  ،  $x^2 + 586x + 38174 = 0$  ،  $x^2 + 588x + 38323 = 0$  ،  $x^2 + 590x + 38472 = 0$  ،  $x^2 + 592x + 38621 = 0$  ،  $x^2 + 594x + 38770 = 0$  ،  $x^2 + 596x + 38919 = 0$  ،  $x^2 + 598x + 39068 = 0$  ،  $x^2 + 600x + 39217 = 0$  ،  $x^2 + 602x + 39366 = 0$  ،  $x^2 + 604x + 39515 = 0$  ،  $x^2 + 606x + 39664 = 0$  ،  $x^2 + 608x + 39813 = 0$  ،  $x^2 + 610x + 39962 = 0$  ،  $x^2 + 612x + 40111 = 0$  ،  $x^2 + 614x + 40260 = 0$  ،  $x^2 + 616x + 40409 = 0$  ،  $x^2 + 618x + 40558 = 0$  ،  $x^2 + 620x + 40707 = 0$  ،  $x^2 + 622x + 40856 = 0$  ،  $x^2 + 624x + 41005 = 0$  ،  $x^2 + 626x + 41154 = 0$  ،  $x^2 + 628x + 41303 = 0$  ،  $x^2 + 630x + 41452 = 0$  ،  $x^2 + 632x + 41601 = 0$  ،  $x^2 + 634x + 41750 = 0$  ،  $x^2 + 636x + 41899 = 0$  ،  $x^2 + 638x + 42048 = 0$  ،  $x^2 + 640x + 42197 = 0$  ،  $x^2 + 642x + 42346 = 0$  ،  $x^2 + 644x + 42495 = 0$  ،  $x^2 + 646x + 42644 = 0$  ،  $x^2 + 648x + 42793 = 0$  ،  $x^2 + 650x + 42942 = 0$  ،  $x^2 + 652x + 43091 = 0$  ،  $x^2 + 654x + 43240 = 0$  ،  $x^2 + 656x + 43389 = 0$  ،  $x^2 + 658x + 43538 = 0$  ،  $x^2 + 660x + 43687 = 0$  ،  $x^2 + 662x + 43836 = 0$  ،  $x^2 + 664x + 43985 = 0$  ،  $x^2 + 666x + 44134 = 0$  ،  $x^2 + 668x + 44283 = 0$  ،  $x^2 + 670x + 44432 = 0$  ،  $x^2 + 672x + 44581 = 0$  ،  $x^2 + 674x + 44730 = 0$  ،  $x^2 + 676x + 44879 = 0$  ،  $x^2 + 678x + 45028 = 0$  ،  $x^2 + 680x + 45177 = 0$  ،  $x^2 + 682x + 45326 = 0$  ،  $x^2 + 684x + 45475 = 0$  ،  $x^2 + 686x + 45624 = 0$  ،  $x^2 + 688x + 45773 = 0$  ،  $x^2 + 690x + 45922 = 0$  ،  $x^2 + 692x + 46071 = 0$  ،  $x^2 + 694x + 46220 = 0$  ،  $x^2 + 696x + 46369 = 0$  ،  $x^2 + 698x + 46518 = 0$  ،  $x^2 + 700x + 46667 = 0$  ،  $x^2 + 702x + 46816 = 0$  ،  $x^2 + 704x + 46965 = 0$  ،  $x^2 + 706x + 47114 = 0$  ،  $x^2 + 708x + 47263 = 0$  ،  $x^2 + 710x + 47412 = 0$  ،  $x^2 + 712x + 47561 = 0$  ،  $x^2 + 714x + 47710 = 0$  ،  $x^2 + 716x + 47859 = 0$  ،  $x^2 + 718x + 48008 = 0$  ،  $x^2 + 720x + 48157 = 0$  ،  $x^2 + 722x + 48306 = 0$  ،  $x^2 + 724x + 48455 = 0$  ،  $x^2 + 726x + 48604 = 0$  ،  $x^2 + 728x + 48753 = 0$  ،  $x^2 + 730x + 48902 = 0$  ،  $x^2 + 732x + 49051 = 0$  ،  $x^2 + 734x + 49200 = 0$  ،  $x^2 + 736x + 49349 = 0$  ،  $x^2 + 738x + 49498 = 0$  ،  $x^2 + 740x + 49647 = 0$  ،  $x^2 + 742x + 49796 = 0$  ،  $x^2 + 744x + 49945 = 0$  ،  $x^2 + 746x + 50094 = 0$  ،  $x^2 + 748x + 50243 = 0$  ،  $x^2 + 750x + 50392 = 0$  ،  $x^2 + 752x + 50541 = 0$  ،  $x^2 + 754x + 50690 = 0$  ،  $x^2 + 756x + 50839 = 0$  ،  $x^2 + 758x + 50988 = 0$  ،  $x^2 + 760x + 51137 = 0$  ،  $x^2 + 762x + 51286 = 0$  ،  $x^2 + 764x + 51435 = 0$  ،  $x^2 + 766x + 51584 = 0$  ،  $x^2 + 768x + 51733 = 0$  ،  $x^2 + 770x + 51882 = 0$  ،  $x^2 + 772x + 52031 = 0$  ،  $x^2 + 774x + 52180 = 0$  ،  $x^2 + 776x + 52329 = 0$  ،  $x^2 + 778x + 52478 = 0$  ،  $x^2 + 780x + 52627 = 0$  ،  $x^2 + 782x + 52776 = 0$  ،  $x^2 + 784x + 52925 = 0$  ،  $x^2 + 786x + 53074 = 0$  ،  $x^2 + 788x + 53223 = 0$  ،  $x^2 + 790x + 53372 = 0$  ،  $x^2 + 792x + 53521 = 0$  ،  $x^2 + 794x + 53670 = 0$  ،  $x^2 + 796x + 53819 = 0$  ،  $x^2 + 798x + 53968 = 0$  ،  $x^2 + 800x + 54117 = 0$  ،  $x^2 + 802x + 54266 = 0$  ،  $x^2 + 804x + 54415 = 0$  ،  $x^2 + 806x + 54564 = 0$  ،  $x^2 + 808x + 54713 = 0$  ،  $x^2 + 810x + 54862 = 0$  ،  $x^2 + 812x + 55011 = 0$  ،  $x^2 + 814x + 55160 = 0$  ،  $x^2 + 816x + 55309 = 0$  ،  $x^2 + 818x + 55458 = 0$  ،  $x^2 + 820x + 55607 = 0$  ،  $x^2 + 822x + 55756 = 0$  ،  $x^2 + 824x + 55905 = 0$  ،  $x^2 + 826x + 56054 = 0$  ،  $x^2 + 828x + 56203 = 0$  ،  $x^2 + 830x + 56352 = 0$  ،  $x^2 + 832x + 56501 = 0$  ،  $x^2 + 834x + 56650 = 0$  ،  $x^2 + 836x + 56799 = 0$  ،  $x^2 + 838x + 56948 = 0$  ،  $x^2 + 840x + 57097 = 0$  ،  $x^2 + 842x + 57246 = 0$  ،  $x^2 + 844x + 57395 = 0$  ،  $x^2 + 846x + 57544 = 0$  ،  $x^2 + 848x + 57693 = 0$  ،  $x^2 + 850x + 57842 = 0$  ،  $x^2 + 852x + 57991 = 0$  ،  $x^2 + 854x + 58140 = 0$  ،  $x^2 + 856x + 58289 = 0$  ،  $x^2 + 858x + 58438 = 0$  ،  $x^2 + 860x + 58587 = 0$  ،  $x^2 + 862x + 58736 = 0$  ،  $x^2 + 864x + 58885 = 0$  ،  $x^2 + 866x + 59034 = 0$  ،  $x^2 + 868x + 59183 = 0$  ،  $x^2 + 870x + 59332 = 0$  ،  $x^2 + 872x + 59481 = 0$  ،  $x^2 + 874x + 59630 = 0$  ،  $x^2 + 876x + 59779 = 0$  ،  $x^2 + 878x + 59928 = 0$  ،  $x^2 + 880x + 60077 = 0$  ،  $x^2 + 882x + 60226 = 0$  ،  $x^2 + 884x + 60375 = 0$  ،  $x^2 + 886x + 60524 = 0$  ،  $x^2 + 888x + 60673 = 0$  ،  $x^2 + 890x + 60822 = 0$  ،  $x^2 + 892x + 60971 = 0$  ،  $x^2 + 894x + 61120 = 0$  ،  $x^2 + 896x + 61269 = 0$  ،  $x^2 + 898x + 61418 = 0$  ،  $x^2 + 900x + 61567 = 0$  ،  $x^2 + 902x + 61716 = 0$  ،  $x^2 + 904x + 61865 = 0$  ،  $x^2 + 906x + 62014 = 0$  ،  $x^2 + 908x + 62163 = 0$  ،  $x^2 + 910x + 62312 = 0$  ،  $x^2 + 912x + 62461 = 0$  ،  $x^2 + 914x + 62610 = 0$  ،  $x^2 + 916x + 62759 = 0$  ،  $x^2 + 918x + 62908 = 0$  ،  $x^2 + 920x + 63057 = 0$  ،  $x^2 + 922x + 63206 = 0$  ،  $x^2 + 924x + 63355 = 0$  ،  $x^2 + 926x + 63504 = 0$  ،  $x^2 + 928x + 63653 = 0$  ،  $x^2 + 930x + 63802 = 0$  ،  $x^2 + 932x + 63951 = 0$  ،  $x^2 + 934x + 64100 = 0$  ،  $x^2 + 936x + 64249 = 0$  ،  $x^2 + 938x + 64398 = 0$  ،  $x^2 + 940x + 64547 = 0$  ،  $x^2 + 942x + 64696 = 0$  ،  $x^2 + 944x + 64845 = 0$  ،  $x^2 + 946x + 64994 = 0$  ،  $x^2 + 948x + 65143 = 0$  ،  $x^2 + 950x + 65292 = 0$  ،  $x^2 + 952x + 65441 = 0$  ،  $x^2 + 954x + 65590 = 0$  ،  $x^2 + 956x + 65739 = 0$  ،  $x^2 + 958x + 65888 = 0$  ،  $x^2 + 960x + 66037 = 0$  ،  $x^2 + 962x + 66186 = 0$  ،  $x^2 + 964x$

## نواتج التعلم :

يحل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد على صورة

$$hس + 2ب س + ج = 0 \text{ ، حيث } h \neq 0$$

## العبارات والمفردات:

معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد  
حل معادلة

## مؤشرات الأداء :

- يستكشف خطوات حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد على الصورة

$$hس + 2ب س + ج = 0 \text{ ، حيث } h \neq 0$$

- يضع المعادلة في الصورة العامة

## حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد

## Solving Second Degree Equation in One Variable

سوف تتعلم: حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد على صورة واحدة من  $hس + 2ب س + ج = 0$

العبارات والمفردات  
Second Degree Equation with One Variable  
Solving an Equation  
معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد  
حل معادلة

## حل وناقش

شارك أبل في عمالية رسم لوحة فنية بمناسبة إطفاء آخر بشر نقطية ، وكان من شروط المسابقة أن تكون مساحة اللوحة 150 سم<sup>2</sup> .  
لم تجد أبل في المكتبة إلا لوحتان إحداهما مربعة الشكل والأخرى مستطيلة الشكل كما هو موضح في الشكل المقابل . ساعد أبل على إيجاد قيم س التي تجعل مجموع مساحتي اللوحتين يساوي 150 سم<sup>2</sup> .

1. أكتب مساحة اللوحة المربعة بدلالة س .
  2. أكتب مساحة اللوحة المستطيلة بدلالة س .
  3. أوجد قيم س التي تجعل مجموع المساحتين يساوي 150 سم<sup>2</sup> .  
• تكتب المعادلة : ..... + ..... = 150
- بحث عن عدد موجب مجموع مربعه وخمسة أمثاله يساوي 140 .
- تضع المعادلة في صورة  $hس + 2ب س + ج = 0$
  - تحلل بطريقة مناسبة لإيجاد قيم س :  
 $0 = ( \dots + \dots ) ( \dots - \dots )$
  - توجد قيم س
  - حل تقبل التلميذان 1 لتلميذ 2

يوظف خاصية الضرب في صفر لحل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد

يحل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد على صورة  $hس + 2ب س + ج = 0$  ، حيث  $h \neq 0$

يتحقق بالتعويض عن مجموعة الحل في المعادلة

يوظف التحليل بإخراج العامل المشترك الأكبر لحل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد

**خاصية الضرب الصفري**  
تكون  $أ = 0$  ،  $ب$  عدنان حقيقيان ، إذا كان  $أ \times ب = 0$  ، فإن  $أ = 0$  أو  $ب = 0$

**للحظ أن**  
عند حل المعادلة التربيعية ، سنعتبر أن قيم المتغير تنتمي إلى مجموعة الأعداد الحقيقية ما لم يُذكر غير ذلك .

**مثال [1]**  
أوجد مجموعة حل المعادلة :  $(س + 5) (س - 6) = 0$  ، حيث  $س \in \mathbb{R}$  ، ثم تحقق من صحة الحل .  
**الحل :**  
 $(س + 5) (س - 6) = 0$   
 $س + 5 = 0$  أو  $س - 6 = 0$   
 $س = -5$  أو  $س = 6$   
∴ مجموعة الحل =  $\{-5, 6\}$

استخدم خاصية الضرب الصفري ( استخدم خاصية الضرب الصفري )  
**موقع**

**تحقق :**  
عوض عن  $س$  بالعدد  $-5$  :  $(-5 + 5) (-5 - 6) = 0$   
عوض عن  $س$  بالعدد  $6$  :  $(6 + 5) (6 - 6) = 0$

**مثال [2]**  
أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية في  $ح$  :  
①  $س^2 - 4س = 0$   
**الحل :**  
 $س^2 - 4س = 0$   
 $س(س - 4) = 0$   
 $س = 0$  أو  $س - 4 = 0$   
 $س = 0$  أو  $س = 4$   
∴ مجموعة الحل =  $\{0, 4\}$

**نذكر**  
خطوات حل معادلة تربيعية :  
1 وضع المعادلة في الصورة العامة .  
2 حل .  
3 استخدام خاصية الضرب الصفري .

يوظف تحليل الفرق بين مربعين لإيجاد مجموعة حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد

يوظف تحليل الحدودية الثلاثية لإيجاد مجموعة حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد

يوظف تحليل حدودية تمثل مربع كامل لإيجاد مجموعة حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد

حل المسألة (١):  
المعادلة:  $x^2 - 9 = 0$   
حلها:  $x^2 - 9 = (x-3)(x+3) = 0$   
أي:  $x-3 = 0$  أو  $x+3 = 0$   
أي:  $x = 3$  أو  $x = -3$   
مجموعة الحل:  $\{3, -3\}$

حل المسألة (٢):  
المعادلة:  $x^3 - 5x^2 + 6x = 0$   
حلها:  $x(x^2 - 5x + 6) = 0$   
أي:  $x = 0$  أو  $x^2 - 5x + 6 = 0$   
أي:  $x = 0$  أو  $(x-2)(x-3) = 0$   
أي:  $x = 0$  أو  $x = 2$  أو  $x = 3$   
مجموعة الحل:  $\{0, 2, 3\}$

حل المسألة (٣):  
المعادلة:  $x^2 + 8x + 16 = 0$   
حلها:  $x^2 + 8x + 16 = (x+4)^2 = 0$   
أي:  $x+4 = 0$   
أي:  $x = -4$   
مجموعة الحل:  $\{-4\}$

يترجم المسألة اللفظية إلى معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد لإيجاد الحل

يكمل المربع لإيجاد مجموعة حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد

**مثال (4):**

ما العدد الحقيقي الذي يزيد مربعه عن أربعة أمثاله بمقدار ١٥؟

**الحل:**  
نفرض أن العدد الحقيقي هو  $x$   
س  $x^2 - 4x = 15$  (كون المعادلة التربيعية)  
س  $x^2 - 4x - 15 = 0$  (نضع المعادلة في الصورة العامة)  
س  $(x + 3)(x - 5) = 0$  (حلل)  
إما  $x + 3 = 0$  أو  $x - 5 = 0$   
س  $x = -3$  أو  $x = 5$   
العدد الحقيقي هو  $-3$  أو  $5$

**مثال (5):**

أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية في  $x$  بإكمال المربع:

س  $x^2 + 4x + 4 = 0$

**الحل:**  
س  $x^2 + 4x + 4 = 0$  (أكمل إلى مربع كامل)  
س  $(x + 2)^2 = 0$  (حلل الفرق بين مربعين)  
س  $(x + 2)(x + 2) = 0$   
إما  $x + 2 = 0$  أو  $x + 2 = 0$   
س  $x = -2$  أو  $x = -2$   
مجموعة الحل =  $\{-2\}$

**دورك الآن**

أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية في  $x$  بإكمال المربع:

س  $x^2 + 6x + 9 = 0$

**الحل:**  
س  $x^2 + 6x + 9 = 0$   
س  $(x + 3)^2 = 0$   
س  $(x + 3)(x + 3) = 0$   
س  $x + 3 = 0$  أو  $x + 3 = 0$   
س  $x = -3$  أو  $x = -3$   
مجموعة الحل =  $\{-3\}$

المنهاج الكويتية  
almanahj.com/kw

$$3 - 4m = 12 - m \quad \text{ج}$$

$$- = 19 - (2 + 3) \quad \text{د}$$

١ أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية في ح. باكمال الترتيب : س<sup>2</sup> - 2س - 1 = 0

٢ يُنتج مصنع للحديد والصلب قطعة على شكل شبه مكعب أبعاده :  
٤ سم ، ( ٢ + س ) سم ، ( ٢ + س ) سم وحجمه يساوي ١٠٠ سم<sup>3</sup>. أوجد قيمة س.

٣ لدى مخزن أحد المصانع أرضية مستطيلة الشكل يزيد طولها ٢٠ متراً عن عرضها ، وكانت مساحتها ٣٠٠ م<sup>2</sup>. أوجد بعدي أرضية المخزن .

يترجم المسألة حياتية إلى معادلة من  
الدرجة الثانية في متغير واحد لايجاد  
الحل

يحل مسائل حياتية يوظف فيها تحليل  
معادلة من الدرجة الثانية في متغير  
واحد لايجاد الحل

## 2-6: حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد ( 4 حصص )

الحصة الأولى	الحصة الثانية
مناقشة بند استكشف	تحليل بأخذ العامل المشترك الأكبر ومن ثم يحل معادلة تربيعية
التوصل لطريقة حل معادلة تربيعية	تحليل باستخدام الفرق بين مربعين ومن ثم يحل معادلة تربيعية
يحل تمارين مباشرة	
الحصة الثالثة	الحصة الرابعة
يحل معادلة تربيعية بإكمال المربع	يحل مسائل لفظية

## بند 2-6 حل معادلة من الدرجة الثانية بمتغير واحد

عَبِّرْ عَنْ فَهْمِكَ (1)

ما مجموعة حل المعادلة  $s^2 + 1 = 0$  ؟ حيث  $s \in \mathbb{C}$ .

لا يمكن أن يكون مربع أي عدد سالب  
س.  $0 = 1 + 2$   
س.  $1 - = 2$   
م. ح.  $\{ \} =$

$$\begin{aligned}144 &= 2(2 + \text{س}) \\ \text{س}4 + 2 &= 144 - 4 \\ \text{س}4 + 2 &= 140 \\ 0 &= (\text{س} - 10)(14 + \text{س}) \\ \text{س} - 10 &= 0 \quad \text{أو} \quad 14 + \text{س} = 0 \\ \text{س} &= 10 \quad \text{س} &= -14 \\ \text{م. ح.} &= \{10, -14\}\end{aligned}$$

$$\text{ج) } (2 + \text{س})^2 = 144$$

الحلّ:

$$144 = (2 + \text{س})^2$$

$$0 = 144 - (2 + \text{س})^2$$

$$0 = [(12 + (2 + \text{س}))][(12 - (2 + \text{س}))]$$

$$0 = (\text{س} + 14)(\text{س} - 10)$$

$$\text{س} = 14 + \text{س} \quad \text{أو} \quad \text{س} = 10 - \text{س}$$

$$\text{س} = -14 \quad \text{س} = 10$$

∴ مجموعة الحلّ = {10، -14}

عبّر عن فهمك (٢)



هل يمكنك حلّ مثال (٣) : ج) بطريقة أخرى؟

## مهارات تفكير عليا :



٦ أوجد مجموعة حلّ المعادلة ، حيث  $s \in \mathbb{C}$

$$0 = 4 + (s + 5)5 + 2(s + 5)$$

$$0 = 4 + (s + 5)5 + 2(s + 5)$$

$$0 = 4 + 25 + 5s + 25 + 2s + 10$$

$$0 = 54 + 7s$$

$$0 = (s + 6)(s + 9)$$

$$0 = s + 6 \quad \text{أو} \quad 0 = s + 9$$

$$s = -6 \quad \text{أو} \quad s = -9$$

$$H = \{-6, -9\}$$

٣ يُنتج مصنع للحديد والصلب قطعة على شكل شبه مكعب أبعاده :  
٤ سم ، ( ٢ + س ) سم ، ( ٢ + س ) سم وحجمه يساوي ١٠٠ سم<sup>٣</sup> . أوجد قيمة س .

$$\text{الحجم} = \text{ض} \times \text{ل} \times \text{ع}$$
$$100 = 4(2 + س)(2 + س)$$

بالقسمة على 4

$$2(2 + س) = 25$$

$$0 = 25 - 2(2 + س)$$

$$0 = (5 + 2 + س)(5 - 2 + س)$$

$$0 = (7 + س)(3 - س)$$

$$0 = 7 + س \quad \text{أو} \quad 0 = 3 - س$$

$$\text{س} = 3 \quad \text{س} = -7$$

مرفوض لا يوجد أطوال سالبة

$$\text{م. ح} = \{3\}$$

٤ لدى مخزن أحد المصانع أرضية مستطيلة الشكل يزيد طولها ٢٠ متراً عن عرضها ، وكانت مساحتها ٣٠٠ م<sup>٢</sup> . أوجد بعدي أرضية المخزن .

نفرض العرض = س إذا الطول = س + 20

المساحة = ل × ص

$$300 = س ( س + 20 )$$

$$س^2 + 20س - 300 = 0$$

$$0 = ( س + 30 ) ( س - 10 )$$

$$س = 10 - 0 \quad \text{أو} \quad س = 30 + 0$$

$$س = 10 \quad \text{س} = 30 \text{ مرفوض}$$

$$إذا العرض = 10 ، والطول = 10 + 20 = 30$$

# تقويم الوحدة التعليمية الثانية

## تقويم الوحدة التعليمية الثانية ( حصة واحدة )

يحل المعلم المسائل المقالية سبوريا مع المتعلمين من تقويم الوحدة  
ويترك تمارين مشابهة للمتعلم لتطبيقه في الحصة

موقع  
المناهج الكويتية  
almanahj.com/kw

يحل المعلم المسائل الموضوعية بالنقاش الجماعي لتوصيل أسلوب  
حل الأسئلة الموضوعية

تقويم الوحدة التعليمية الثانية  
Unit Two Assessment

أولاً: البنود المقالية

1 حل كل ما يلي تحويلاً تاماً:

أ) من  $11 + 49$  من  $49 + 11$

ب) من  $125 + 7$

ج) من  $22 - 4$

د) من  $1 - \frac{37}{11}$  من  $1 - \frac{37}{11}$

هـ) من  $7 + 8$  من  $8 + 7$

و) من  $18 - 2$  من  $18 - 2$

ز) من  $2 - 14$  من  $2 - 14$

ح) من  $11 + 28$  من  $28 + 11$

ط) ب  $9 - 1$  ب  $1 - 9$  ك  $9 - 1$

بند (2-2)

بند (1-2)

بند (1-2)

بند (1-2)

بند (2-2)

بند (2-2)

بند (2-2)

بند (2-2)

بند (2-2)

أ) من  $3 - 8$  من  $8 - 3$

ب) من  $6 + 21$  من  $21 + 6$

ج) من  $12 + 11$  من  $11 + 12$

د) من  $4 + 4$  من  $4 + 4$

هـ) من  $9 - 5$  من  $5 - 9$

و) من  $2 + 2$  من  $2 + 2$

ز) من  $3 + 3$  من  $3 + 3$

ح) حل الحدودية الآتية بطريقة إكمال المربع:  
من  $3 - 2$  من  $3 - 2$

بند (3-2)

بند (3-2)

بند (3-2)

بند (3-2)

بند (3-2)

بند (4-2)

بند (5-2)

بند (4-2)

٢ أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية :

١) من  $6 - x = 0$

٢) من  $14 - 11 - x^2 = 0$

٣) من  $4 = x^2 = 21$

٤) من  $9x^2 + 12x + 4 = 0$

٥) من  $(x - 7)^2 = 81 = 0$

٦) من  $9 = x^2 = 5 = 6 = x^2 = 3 = 5 + 0$

بند (6-2)

١) من  $(x + 2) = 3$

٢) من  $3(x - 2) = x^2 = 0$

٣ أوجد مجموعة حل المعادلة في ح بطريقة إكمال المربع :

من  $x^2 + 8x + 14 = 0$

٤ وُثِّف مفهوم المربع الكامل لإيجاد قيمة :  $(6x)^2$

بند (6-2)

بند (4-2)

ثانيًا: البنود الموضوعية

في البنود (١-١٠)، ظلّل [I] إذا كانت العبارة صحيحة، وطلّل [B] إذا كانت العبارة غير صحيحة.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	١ من $9x^2 - 4y^2 = (3x + 2y)(3x - 2y)$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	٢ المقدار الثلاثي $x^2 + 5x + 6$ مربع كامل
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	٣ من $x^2 + 1 = (x + 1)^2$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	٤ مجموعة حل المعادلة $x^2 + 2x - 3 = 0$ هي $\{0, 2\}$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	٥ $(x + 1)^2 - x^2 = 2x + 1$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	٦ إذا كان $x$ من $9 + 6x + x^2$ مربعًا كاملًا، فإن إحدى قيم $x$ هي ١٢
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	٧ إذا كان $x$ من $x^2 - 9 = 0$ ، فإن $x = 3$ أو $x = -3$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	٨ $(x + 1)^2 - x^2 = 2x + 1$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	٩ $(x + 1)^2 - x^2 = 2x + 1$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	١٠ إذا كان $x = 5$ ، $x^2 + 5x + 6 = 56$ ، فإن $x^2 - 5x - 24 = 0$

في البنود (١١-١٩) لكل بند أربعة اختيارات، واحد فقط منها صحيح، ظلّل الإجابة الصحيحة.

١١ إذا كان  $x^2 - 10x + 16 = 0$ ، فإن  $(x + 4)(x - 2) = 0$

- أ -  ب -  ج -  د

١٢ من  $(x - 2)(x - 3) = 9 + x$

- أ -  ب -  ج -  د

في البنود (٢٠-٢٢)، اختر من القائمة (٢) ما يناسب كل بند من القائمة (١) لتحصل على عبارة صحيحة.

القائمة (١)	القائمة (٢)
<input type="checkbox"/> أ من $11x^2 + 1 = 0$	<input type="checkbox"/> ١ $(2 - x)(1 + x)$
<input type="checkbox"/> ب من $5x^2 - 3 = 0$	<input type="checkbox"/> ٢ $(2 - x)(1 + x)$
<input type="checkbox"/> ج من $9x^2 + 3 = 6$	<input type="checkbox"/> ٣ $(2 - x)(1 - x)$
<input type="checkbox"/> د من $3x^2 + 5 = 2$	<input type="checkbox"/> ٤ $(2 + x)(1 - x)$

## نموذج تحضير حصّة الرياضيات

اليوم	التاريخ	الحصّة	الصف
-------	---------	--------	------

الوحدة التعليمية	الأولى	المجال	الإحصاء والاحتمال
رقم البند	-	عنوان الدرس	الهندسة والقياس
المعيار		تفصيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية باستخدام الرموز الجبرية	تقويم الوحدة التعليمية الثانية
نواتج التعلم		فهم الأنماط والعلاقات والحوال	
		يحل تعارين الوحدة الثانية بطريقة صحيحة	

### مؤشرات الأداء :

يحلّل الفرق بين مكعبين تحليلًا تامًا

يحلّل مجموع مكعبين تحليلًا تامًا

يحلّل الحدودية الثلاثية

يحلّل حدودية ثلاثية على الصورة  $2 + 3 + 4$

يحلّل حدودية ثلاثية على الصورة  $3 + 2 + 3 + 4$

يحلّل مربع كامل

يحلّل بإكمال المربع الكامل

يحلّل الحدودية الرباعية

$3$  يحل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد على صورة  $2 + 3 + 4$

العبارات والمفردات: لا يوجد





## المشروع الأول: الرياضيات والعلوم



تُستخدم الصورة العلمية لكتابة الأعداد الكبيرة جدًا أو الصغيرة جدًا، ما يفيد في الكثير من المجالات العلمية والحياتية.

### خطّة العمل :

توظف كل مجموعة من المتعلمين الصورة العلمية لكتابة الأعداد الكبيرة جدًا أو الصغيرة جدًا، ثم ترأيها ترتيبًا تصاعديًا.

### خطوات تنفيذ المشروع :

- 1. اجمع البيانات وسجّل ملاحظتك .
- 2. قم بجمع البيانات الآتية من الشبكة العنقودية ( internet ) أو بالبحث في الكتب العلمية:
  - 1 حجم الميكروبات .
  - 2 وزن ذرّة الأكسجين .
  - 3 مساحة سطح الأرض .
  - 4 وزن حبة الأرز .

- 5 صنّف جدولًا منظمًا بورقة جذابة من 3 أعمدة توضح فيها دلالة كل عدد ورمز العدد بالصورة النظامية وصورته العلمية .
- 6 رتب الأعداد تصاعديًا أو تنازليًا .

### علاقات وتواصل:

تتبادل المجموعات الأوراق وتتأكد من صحة كتابة وترتيب الأعداد .

### عرض العمل:

تعرض كل مجموعة عملها وتناقش خطوات تنفيذ العمل.

يقيم المشروع  
في الأسبوع 12

تم بحمد الله