

تم تحميل هذا الملف من موقع ملفات الكويت التعليمية



[com.kwedufiles.www//:https](https://www.kwedufiles.com)

\*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

\* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف العاشر اضغط هنا

<https://kwedufiles.com/10>

\* للحصول على جميع أوراق الصف العاشر في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

<https://kwedufiles.com/10math>

\* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف العاشر في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثاني اضغط هنا

<https://www.kwedufiles.com/10math2>

\* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف العاشر اضغط هنا

<https://www.kwedufiles.com/grade10>

\* لتحميل جميع ملفات المدرس قسم الرياضيات اضغط هنا

[bot\\_kwlinks/me.t//:https](https://t.me/bot_kwlinks)

للحصول على جميع روابط الصفوف على تلغرام وفيسبوك من قنوات وصفحات: اضغط هنا

الروابط التالية هي روابط الصف العاشر على مواقع التواصل الاجتماعي

مجموعة الفيسبوك

صفحة الفيسبوك

مجموعة التلغرام

بوت التلغرام

قناة التلغرام

رياضيات على التلغرام



٢٠٢٠ / ٢٠١٩

# أوراق عمل الصف العاشر

## الفصل الدراسي الثاني

# \* الوحدة الثامنة \*

## \* حساب المتلثات ٢ \*

هذه الأوراق لاتغني عن الكتاب المدرس

إعداد قسم الرياضيات

## دائرة الوحدة في المستوى الإحداثي والدوال المثلثية (الدائرية)

### Unit Circle

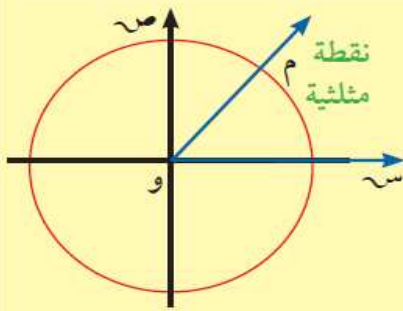
### دائرة الوحدة

هي دائرة مركزها نقطة الأصل و، وطول نصف قطرها واحد وحدة.

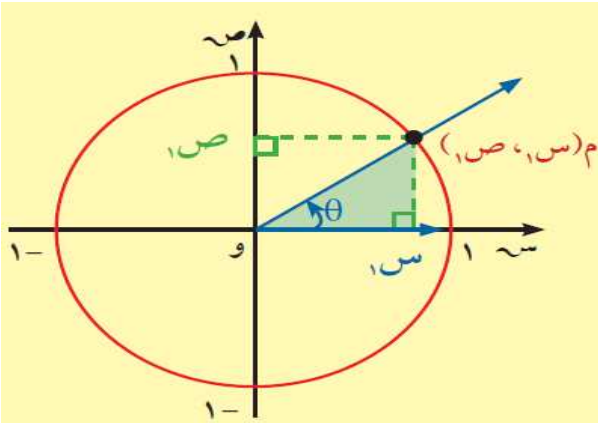
### The Triangular Point

### النقطة المثلثية

هي نقطة تقاطع الضلع النهائي لزاوية موجهة في الوضع القياسي مع دائرة الوحدة.



**ملاحظة:** تكون النقطة (س، ص) نقطة مثلية إذا وفقط إذا كان  $س^2 + ص^2 = 1$ . سوف نستخدم الرمز  $\theta$  لرمز إلى قياس زاوية موجهة في الوضع القياسي.



$$\text{جا } \theta = ص١$$

$$\text{ظا } \theta = \frac{ص١}{س١}, \text{ حيث } س١ \neq 0$$

$$\text{قتا } \theta = \frac{1}{ص١}, \text{ حيث } ص١ \neq 0$$

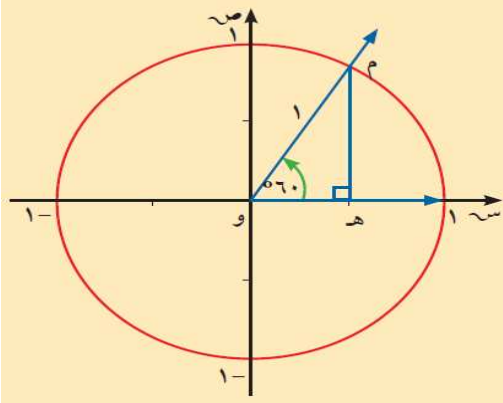
$$\text{جتا } \theta = س١$$

$$\text{ظا } \theta = \frac{ص١}{س١}, \text{ حيث } س١ \neq 0$$

$$\text{قا } \theta = \frac{1}{س١}, \text{ حيث } س١ \neq 0$$

### مثال (١)

باستخدام دائرة الوحدة أوجد جا  $60^\circ$ ، جتا  $60^\circ$ .



الربع الثاني

• جتا  $\theta > 0$

• جا  $\theta < 0$

الربع الأول

• جتا  $\theta < 0$

• جا  $\theta < 0$

الربع الثالث

• جتا  $\theta > 0$

• جا  $\theta > 0$

الربع الرابع

• جتا  $\theta < 0$

• جا  $\theta > 0$

مثال (٢)

حدّد إشارة جتا  $\theta$ ، جتا  $\theta$  في كل مما يلي:

أ  $\theta = ١٣٥^\circ$

ب  $\theta = \frac{\pi ٧}{٦}$

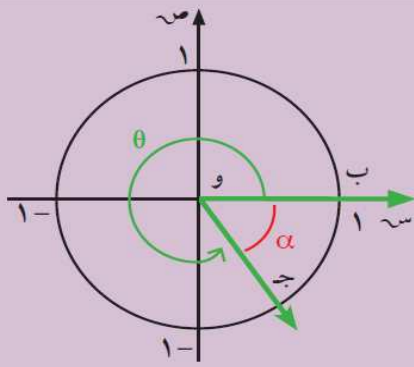
ج  $\theta = ٣٠٥^\circ$

أ إذا كانت  $٩٠^\circ > \theta > ٢٧٠^\circ$ . ما هي إشارة جتا  $\theta$ ؟

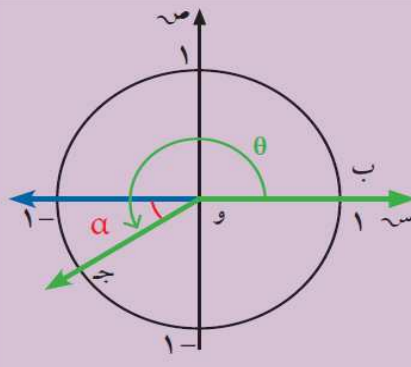
ب إذا كانت  $٠^\circ > \theta > \pi$ . ما هي إشارة جتا  $\theta$ ؟

تعريف زاوية الإسناد:

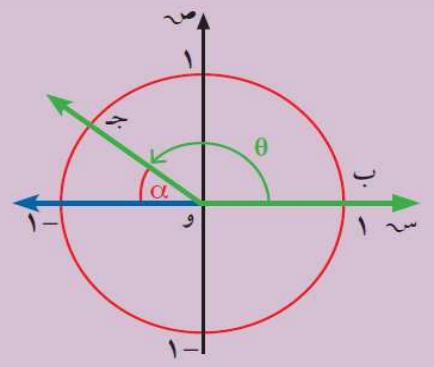
زاوية الإسناد للزاوية الموجهة ( $\vec{OB}$ ، و  $\vec{OJ}$ ) التي في وضع قياسي هي الزاوية الحادة  $\alpha$  التي يصنعها الضلع النهائي للزاوية الموجهة مع محور السينات. فإذا كان  $\alpha$  زاوية الإسناد فإن:  $٩٠^\circ > \alpha > ٠^\circ$



عندما  $\theta$  تقع في الربع الرابع  
 $^\circ\theta - 360 = ^\circ\alpha$   
 $\theta - \pi = \alpha$



عندما  $\theta$  تقع في الربع الثالث  
 $^\circ\theta - 180 = ^\circ\alpha$   
 $\pi - \theta = \alpha$



عندما  $\theta$  تقع في الربع الثاني  
 $^\circ\theta - 180 = ^\circ\alpha$   
 $\theta - \pi = \alpha$

### مثال (٣)

ارسم كلاً من الزوايا الموجهة في وضع قياسي، ثم عيّن زاوية الإسناد وأوجد قياسها لكل مما يلي:

ج  $\frac{11\pi}{6}$

ب  $215^\circ$

أ  $125^\circ$

## العلاقات بين الدوال المثلثية (١)

تسمى جـا  $\theta$ ، جـتا  $\theta$ ، ظا  $\theta$  النسب المثلثية للزاوية التي قياسها  $\theta$  وتدعى **النسب المثلثية الأساسية**

$$\text{علمًا بأن } 1 - \text{جتا } \theta \geq \text{جتا } \theta \geq 1$$

$$1 - \text{جا } \theta \geq \text{جا } \theta \geq 1$$

$$\text{ظا } \theta \geq \text{ظا } \theta$$

### النسب المثلثية للزاويتين $\theta$ ، $(\theta - \pi)$ .

قانون:

$$\text{جتا}(\theta - \pi) = -\text{جتا } \theta$$

$$\text{جا}(\theta - \pi) = -\text{جا } \theta$$

وبالتالي ظا  $(\theta - \pi) = -\text{ظا } \theta$  بشرط أن يكون ظا  $\theta$  معرفًا.

### النسب المثلثية للزاويتين $\theta$ ، $-\theta$ .

قانون:

$$\text{جتا}(-\theta) = \text{جتا } \theta$$

$$\text{جا}(-\theta) = -\text{جا } \theta$$

وبالتالي ظا  $(-\theta) = -\text{ظا } \theta$  بشرط أن يكون ظا  $\theta$  معرفًا.

### النسب المثلثية للزاويتين $\theta$ ، $(\theta - \frac{\pi}{2})$ .

قانون:

$$\text{جتا}(\theta - \frac{\pi}{2}) = \text{جا } \theta$$

$$\text{جا}(\theta - \frac{\pi}{2}) = \text{جتا } \theta$$

وبالتالي ظا  $(\theta - \frac{\pi}{2}) = \text{ظا } \theta$  بشرط أن يكون ظا  $\theta$  معرفًا.

### النسب المثلثية للزاويتين $\theta$ ، $(\theta + \pi)$ .

قانون:

$$\text{جتا}(\theta + \pi) = -\text{جتا } \theta$$

$$\text{جا}(\theta + \pi) = -\text{جا } \theta$$

وبالتالي ظا  $(\theta + \pi) = \text{ظا } \theta$  بشرط أن يكون ظا  $\theta$  معرفًا.

### النسب المثلثية للزاويتين $\theta$ ، $(\theta + \frac{\pi}{2})$ .

قانون:

$$\text{جتا}(\theta + \frac{\pi}{2}) = -\text{جا } \theta$$

$$\text{جا}(\theta + \frac{\pi}{2}) = \text{جتا } \theta$$

وبالتالي ظا  $(\theta + \frac{\pi}{2}) = \text{ظا } \theta$  بشرط أن يكون ظا  $\theta$  معرفًا.

إذا كان ك عددًا صحيحًا فإن:

$$\text{جا}(\theta + 2\pi) = \text{جا } \theta$$

$$\text{جتا}(\theta + 2\pi) = \text{جتا } \theta$$

ظا  $(\theta + 2\pi) = \text{ظا } \theta$  حيث ظا  $\theta$  معرف



مثال (١)

أ إذا كان جتا  $\frac{\pi^3}{8} = \frac{\sqrt{2} - 2\sqrt{2}}{2}$ ، فأوجد جتا  $\left(\frac{\pi^3}{8} -\right)$ .

ب إذا كان جا  $0.5878 \approx 0.36^\circ$ ، فأوجد جا  $(-0.36^\circ)$ .

ج إذا كان ظا  $1 = 0.45^\circ$ ، فأوجد ظا  $(-0.45^\circ)$ .

١ أكمل إذا كان:

أ جا م =  $3^\circ$ ، فإن جا  $(-م) = \dots$

ب جتا ل =  $38^\circ$ ، فإن جتا  $(-ل) = \dots$

ج ظا س =  $14^\circ$ ،  $3$ ، فإن ظا  $(-س) = \dots$

د جتا  $(-ص) = \frac{1}{4}$ ، فإن جتا ص =  $\dots$



٢ بدون استخدام الآلة الحاسبة. إذا كان:

أ جا  $0.30 = \frac{1}{p}$  ، فأوجد جا  $0.150$ .

ب جتا  $s = \frac{4}{5}$  ، فأوجد جتا  $(\pi - s)$ .

ج ظا  $\frac{\pi}{12} = 2 - \sqrt{3}$  ، فأوجد ظا  $\frac{\pi}{12}$ .

بدون استخدام الآلة الحاسبة، إذا كان:

أ جا  $0.30 = \frac{1}{p}$  ، فأوجد جا  $0.210$ .

ب ظا  $\frac{\pi}{8} = 1 - \sqrt{2}$  ، فأوجد ظا  $\frac{\pi}{8}$ .

### مثال (٤)

بدون استخدام الآلة الحاسبة، أوجد:

- أ) جا  $١٥٠^\circ$ .      ب) جتا  $٢٤٠^\circ$ .      ج) ظا  $\frac{\pi}{3}$ .

### مثال (٥)

بسّط التعبير التالي لأبسط صورة:

$$\text{جا } \theta + \text{جا } (\theta + 90^\circ) + \text{جا } (\theta + 180^\circ) + \text{جا } (\theta - 90^\circ).$$

(١١) بسّط التعبيرات التالية لأبسط صورة:

$$(أ) \quad \text{جتا}(\theta - \pi) - \text{جتا}(\theta -) + \text{جا}(\theta + \pi) + \text{جتا}\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right).$$

$$(ب) \quad \text{جا}(\theta + \pi) - \text{جتا}\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) + \text{جتا}(\pi - \theta) + \text{جا}\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right).$$

٥ بسّط كلّاً من التعبيرات التالية لأبسط صورة:

$$(ب) \quad \text{جتا}\left(\theta - \frac{\pi}{2} -\right)$$

$$(أ) \quad \text{جتا}(\pi + \theta)$$

## حل معادلات مثلثية

حل المعادلة:  $\sin \theta = \sin \theta$

هو  $\sin \theta = \sin(\pi - \theta)$  أو  $\sin \theta = \sin(\pi + \theta)$  (ك  $\Rightarrow$  ص)

لاحظ أن جيب تمام الزاوية يكون موجباً عندما تقع الزاوية في الربع الأول أو الرابع.

### مثال (٦)

حل كلاً من المعادلتين:

أ  $\sin \theta = \frac{1}{2}$

ب ٢ جتا س - ٣√ = ٠

٦ حل المعادلة: ٢√ جتا س = ١.

حل المعادلة  $\text{جا س} = \theta$

هو  $\text{س} = \theta + 2\pi ك$  أو  $\text{س} = (\theta - \pi) + 2\pi ك$  ،  $(ك \in \mathbb{Z})$

لاحظ أن جيب الزاوية يكون موجباً عندما تقع الزاوية في الربع الأول أو الثاني.

### مثال (٧)

حل كلاً من المعادلتين:

أ  $\frac{\sqrt{3}}{2} = \text{جا س}$



ب ٢ جاس  $\sqrt{2}$

٧ حل المعادلة: ٢ جاس - ١ = ٠

حل المعادلة  $\sin \theta = \cos \theta$  هو  $\theta = \pi/4$ ، (ك  $\Rightarrow$  ص)  
 لاحظ أن ظل الزاوية يكون موجباً عندما تقع الزاوية في الربع الأول أو الثالث.

### مثال (٨)

حل المعادلة:  $\sqrt[3]{x} = \sin x$ .

٨ حل المعادلة:  $\sqrt[3]{x} = \sin x$ .

(ب) ظتا س  $\sqrt[3]{\phantom{x}}$

(٢) ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة أو (ب) إذا كانت خاطئة.

(ب)

(أ)

إذا كان جاس  $\sqrt[3]{\phantom{x}}$  فإن مجموعة الحل  $\emptyset$

(ب)

(أ)

إذا كان جتا س  $\frac{1}{4}$  فإن س  $\frac{\pi}{3}$

(ب)

(أ)

إذا كانت س  $\frac{\pi}{6}$  فإن جاس  $\frac{1}{4}$

(ب)

(أ)

مجموعة حل قاس  $= 3, 0$  هي  $\emptyset$

(ب)

(أ)

ظا  $(\pi 5) =$  صفر

في التمارين (٣-٥)، اختر الإجابة الصحيحة:

(٣) النسبة المثلثية في ما يلي التي قيمتها  $\frac{1}{4}$  هي:

(د) ظا  $765^\circ$

(ج) ظتا  $(-1500^\circ)$

(ب) جتا  $(-240^\circ)$

(أ) جتا  $(-330^\circ)$

(٤) النسبة المثلثية في ما يلي التي قيمتها  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ :

(د) قا  $\frac{\pi 13}{3}$

(ج) ظا  $\frac{\pi 17}{6}$

(ب) جتا  $\left(\frac{\pi 35}{3}\right)$

(أ) جتا  $\frac{\pi 31}{6}$

(٥) إن قيمة المقدار قا  $(\theta - \pi 2) -$  قتا  $\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) +$  جتا  $\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) +$  جتا  $\theta$  هي:

(د) ١

(ج)  $\frac{1}{4}$

(ب) صفر

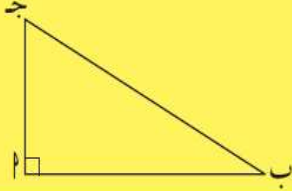
(أ) ١ -

## العلاقات بين الدوال المثلثية (٢)

٣-٨

### Basic Trigonometric Identities

### المتطابقات المثلثية الأساسية



حيث المقام  $\neq 0$

$$\frac{1}{\theta \text{ ظا}} = \theta \text{ ظتا}, \frac{\theta \text{ جتا}}{\theta \text{ جا}} = \theta \text{ ظتا}, \frac{\theta \text{ جا}}{\theta \text{ جتا}} = \theta \text{ ظا}$$

$$\frac{1}{\theta \text{ جا}} = \theta \text{ قتا}, \frac{1}{\theta \text{ جتا}} = \theta \text{ قا}$$

$$\theta^2 \text{ جا} + \theta^2 \text{ جتا} = 1 \text{ تسمى متطابقة فيثاغورث}$$

$$\theta^2 \text{ قتا} = \theta^2 \text{ ظتا} + 1$$

$$\theta^2 \text{ قا} = \theta^2 \text{ ظا} + 1$$

#### مثال (١)

بدون استخدام الآلة الحاسبة، إذا كان  $\theta \text{ جتا} = \frac{4}{5}$ ،  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ،

أ) أوجد  $\theta \text{ جا}$ .

ب) استنتج  $\theta \text{ ظا}$ .

## حاول أن تحل

١ بدون استخدام الآلة الحاسبة، إذا كان  $\theta = \frac{3}{5}$  ،  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$  فأوجد جتا  $\theta$ ، ظا  $\theta$ .

مثال (٤)

بدون استخدام الآلة الحاسبة، إذا كان  $\theta$  جاً  $\frac{3}{4} = \theta$ ، جتا  $\theta < 0$  فأوجد ظتا  $\theta$ ، ظا  $\theta$ .



## مثال (٢)

بدون استخدام الآلة الحاسبة،  
إذا كان  $\theta$  ظا  $\theta = 2\sqrt{2}$ ، جتا  $\theta > 0$  فأوجد جا  $\theta$ ، جتا  $\theta$ .

## حاول أن تحل

٢ بدون استخدام الآلة الحاسبة، إذا كان  $\theta = \frac{3}{4}$ ، جا  $\theta > ٠$  فأوجد جا  $\theta$ ، جتا  $\theta$ .

### مثال (٣)

بدون استخدام الآلة الحاسبة،  
إذا كان  $\theta$  ظا  $\frac{1}{5} = \theta$ ، جا  $\theta < 0$  فأوجد جا  $\theta$ ، جتا  $\theta$ .

## حاول أن تحل

٤ بدون استخدام الآلة الحاسبة،

إذا كان  $\theta$  ظلًا  $\frac{5}{8} = \theta$ ، جتا  $\theta < 0$  فأوجد جا  $\theta$ .

جا<sup>٢</sup> + جتا<sup>٢</sup> θ = ١ تسمى متطابقة فيثاغورث

$$\text{جا}^2 \theta = \text{جتا}^2 \theta + 1 \quad \text{جتا}^2 \theta = \text{جا}^2 \theta + 1$$

### مثال (٥)

أثبت صحة المتطابقة التالية: جا<sup>٣</sup>س + جاس × جتا<sup>٢</sup>س = جاس.

٥ أثبت صحة المتطابقة: جتا<sup>٣</sup>س + جاس × جتا<sup>٢</sup>س = جتا<sup>٢</sup>س.

## حاول أن تحل

٦ أثبت صحة المتطابقة:  $(\theta^2 \text{قا} + \theta^2 \text{قتا}) - (\theta^2 \text{ظا} + \theta^2 \text{ظتا}) = ٢$ .

## مثال (٦)

أثبت صحة المتطابقة التالية:  $\theta^2 \text{قا} = \frac{(\theta^2 \text{قا} + 1)(1 - \theta^2 \text{قا})}{\theta^2 \text{جا}}$  حيث المقام  $\neq ٠$ .



(٦) أثبت صحة المتطابقات التالية:

$$(أ) \quad \theta^{\text{جتا}^2} - \theta^{\text{جا}^2} = \theta^{\text{جا}^4} - \theta^{\text{جتا}^4}$$

---


$$(١٠) \quad (١ - \theta^{\text{جتا}^2})(١ + \theta^{\text{جتا}^2}) = ١.$$

---


$$(١١) \quad \theta^{\text{جا}^3} + \theta^{\text{جتا}^4} = \theta^{\text{جتا}^2} + ٣.$$