

تم تحميل هذا الملف من موقع ملفات الكويت التعليمية



[com.kwedufiles.www//:https](https://www.kwedufiles.com)

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثامن اضغط هنا

<https://kwedufiles.com/8>

* للحصول على جميع أوراق الصف الثامن في مادة رياضيات وجميع الفصول, اضغط هنا

<https://kwedufiles.com/8math>

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثامن في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثاني اضغط هنا

<https://www.kwedufiles.com/8math2>

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثامن اضغط هنا

<https://www.kwedufiles.com/grade8>

* لتحميل جميع ملفات المدرس راندا موسى اضغط هنا

[bot_kwlinks/me.t//:https](https://t.me/bot_kwlinks)

للحصول على جميع روابط الصفوف على تلغرام وفيسبوك من قنوات وصفحات: اضغط هنا

الروابط التالية هي روابط الصف الثامن على مواقع التواصل الاجتماعي

مجموعة الفيسبوك

صفحة الفيسبوك

مجموعة التلغرام

بوت التلغرام

قناة التلغرام

رياضيات على التلغرام

ثامن

رياضيات

البرهان

المستقيمات
المتوازية

المستطيل
المرجع
المعين

الكشف عن
متوازي
الأضلاع

مذكرة
الصف الثامن
٢٠٢٠

الفصل الدراسي الثاني

الوحدة الثامنة

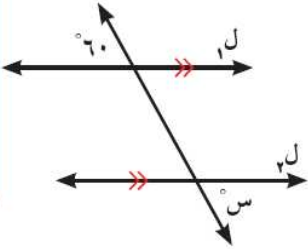
الأشكال الرباعية

إعداد المعلمة

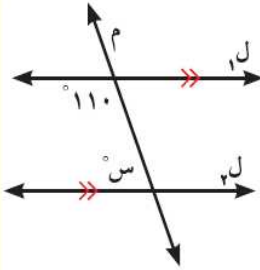
مراندا موسى

المستقيمات المتوازية

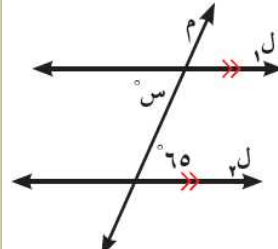
في كلٍّ من الأشكال التالية أوجد قيمة (س°) مع ذكر السبب.



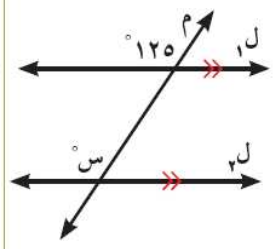
٦٠° بالتناظر والتقابل بالرأس
(متبادلتان خارجيًا مع التوازي)



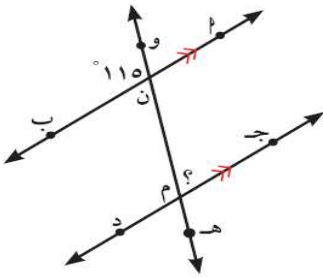
٧٠° بالتحالف والتوازي



٦٥° بالتبادل والتوازي



١٢٥° بالتناظر والتوازي



تدرّب (٢) :

في الشكل المقابل : $l_1 \parallel l_2$ ، $و$ هـ قاطع لهما
في ن ، م على الترتيب ، $\angle م = \angle ن$ ، $\angle ن = 115^\circ$.

فأكمل لتوجد بالبرهان $\angle م$ (جـ م ن) .

المعطيات : (١) $l_1 \parallel l_2$ ، $و$ هـ قاطع لهما

(٢) $\angle م = \angle ن$ ، $\angle ن = 115^\circ$

المطلوب : إيجاد $\angle م$ (جـ م ن)

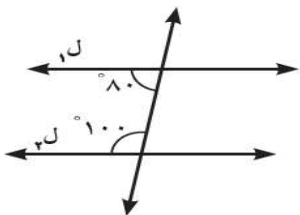
البرهان : $l_1 \parallel l_2$ ، $و$ هـ قاطع لهما (معطى)

$\angle م = \angle ن$ (و ن ب) = 115° (معطى)

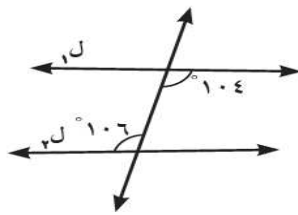
$\angle م = \angle ن$ (و ن ب) = $\angle د$ (ن م د) = 115° (بالتوازي والتناظر)

$\angle م = \angle ن$ (و ن ب) = $\angle د$ (ن م د) = 115° لأن جـ م ن ، ن م د متجاورتان على المستقيم

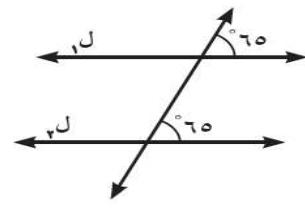
في أي من الأشكال التالية يكون المستقيمان l_1 ، l_2 متوازيين ؟ وضح ذلك .



∴ الزاويتان المتحالفتان متكاملتان
 $l_1 \parallel l_2$ ∴



∴ الزاويتان المتبادلتان غير متطابقتين
∴ l_1 ، l_2 غير متوازيين



∴ الزاويتان المتناظرتان متطابقتان
 $l_1 \parallel l_2$ ∴

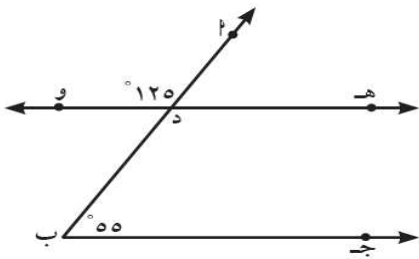
الحل :

١٠٥ = (ل ج د) ط، ٧٥ = (ب ص) ط (٢)

البرهان: $\because (ل ج د) \cup (ل ج د) = ١٠٥$

$$\therefore \nabla \phi = (\hat{p} \cdot \nabla) \psi$$

∴ $\overleftrightarrow{SE} \parallel \overleftrightarrow{EL}$



المعطيات: $(1) \cup (\hat{A} \cap B) = 125$

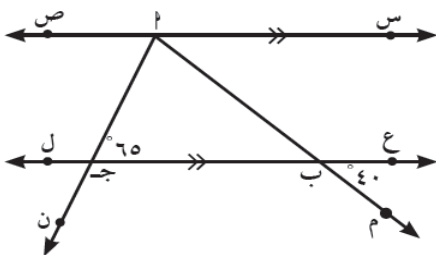
۵۵ = (دب ج) (۲)

المطلوب: إثبات أنَّ هو $//$ ب ج

البرهان: $\because \cup (\hat{A} \cap B) = (A \cap B) \cup (A \cap B^c)$

∴ $\angle \text{هدب} = ۱۲۵^\circ$ (زاويتان متقابلتان بالرأس).

$\therefore \angle \widehat{HDB} + \angle \widehat{DJB} = 125^\circ + 55^\circ = 180^\circ$ (وهما متحالفتان)



١ في الشكل المقابل س ص // ع ل ،

°٦٥ = (عَبْ)ص، °٤٠ = (جَبْ)ص

أوجد بالبرهان كلاً من :

و (ص م ج)، و (س م ب)، و (ج م ب)

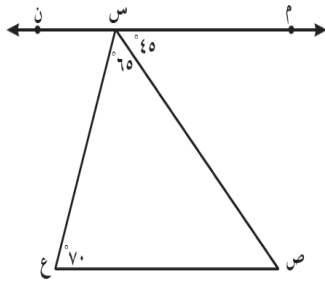
$\nu(\text{ص } \hat{\text{ا}} \text{ ج}) = \nu(\text{ا } \hat{\text{ج}} \text{ ب}) = 65^\circ$ (بالتبادل والتوازي)

و (ب ج) = و (ع ب م) = 40° (زاويتان متقابلتان بالرأس)

$\nu(\text{س ب}) = \nu(\text{ب ج}) = 40^\circ$ (بالتبادل والتوازي)

$$\text{ن. (ج ١ ب)} = ١٨٠ = (٦٥ + ٤٠) - ٧٥ \text{ (مجموع قياس زوايا المثلث ١٨٠)}$$

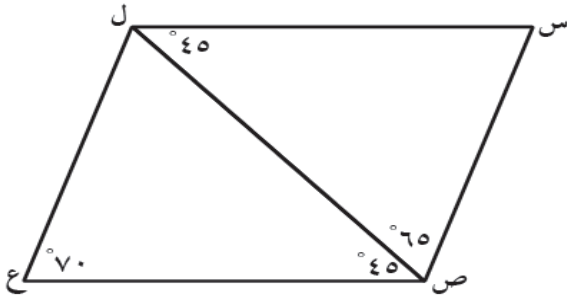
إعداد
أ. مراندا موسى



في الشكل المقابل وحسب البيانات المحددة عليه ،
أثبت أن $\overrightarrow{MN} \parallel \overrightarrow{SM}$.

$$\begin{aligned} \angle (SMN) &= 180^\circ - (65^\circ + 70^\circ) = 45^\circ \text{ (مجموع قياس زوايا المثلث } 180^\circ) \\ \angle (SMN) &= \angle (MNS) = 45^\circ \text{ وبما أن الزاويتين متبادلتان ، إذاً } \overrightarrow{MN} \parallel \overrightarrow{SM} \end{aligned}$$

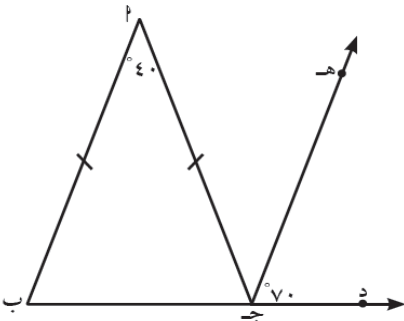
في الشكل المقابل وحسب البيانات المدونة عليه ،
برهن أن $\overrightarrow{SL} \parallel \overrightarrow{SM}$ ، $\overrightarrow{SE} \parallel \overrightarrow{SV}$.



$$\angle (SLV) = \angle (LSE) = 45^\circ \text{ وهما في وضع تبادل إذاً } \overrightarrow{SL} \parallel \overrightarrow{SE}$$

$$\begin{aligned} \angle (VSE) &= 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ \text{ (مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي } 180^\circ) \\ \angle (VSE) &= \angle (VSL) = 65^\circ \text{ وهما في وضع تبادل} \\ \therefore \overrightarrow{SE} &\parallel \overrightarrow{SV} \end{aligned}$$

في الشكل المقابل وحسب البيانات المحددة عليه ،
أثبت أن $\overrightarrow{JH} \parallel \overrightarrow{PB}$.

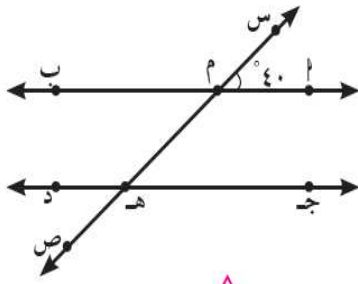


$\therefore \triangle PBH \cong \triangle PJH$ متطابق الضلعين

$$\angle (PBH) = \angle (PJH) = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$$

$$\angle (PBH) = \angle (PJH) = 70^\circ \text{ وهما في وضع تناظر}$$

$$\therefore \overrightarrow{JH} \parallel \overrightarrow{PB}$$



في الشكل المقابل إذا كان $AB \parallel CD$ ،

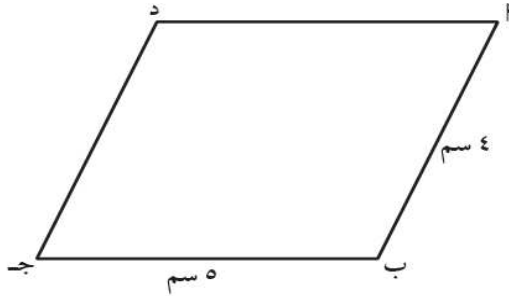
س ص قاطع لهما في م ، هـ على الترتيب ،
ن $\angle M$ س = 40° ، أوجد مع ذكر السبب :

أ) ن $\angle M$ هـ = 40° السبب : بالتناظر والتوازي مع $\angle M$ س

ب) ن $\angle M$ هـ ص = 140° السبب : بالتجاور على مستقيم مع $\angle M$ هـ م

ج) ن $\angle M$ هـ د = 140° السبب : بالتقابل بالرأس مع $\angle M$ هـ ص
أو بالتجاور على مستقيم مع $\angle M$ هـ م

متوازي الأضلاع وخواصه



في الشكل المقابل متوازي أضلاع .

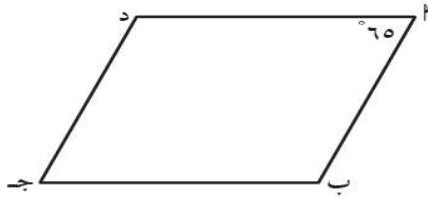
أوجد محيط متوازي الأضلاع :

لإيجاد المحيط نوجد باقي أطوال أضلاع متوازي الأضلاع :

السبب : كل ضلعان متقابلان متطابقان
السبب : كل ضلعان متقابلان متطابقان

د ج = ٤ سم
د ب = ٥ سم

محيط متوازي الأضلاع = ٤ + ٥ + ٥ + ٤ = ١٨ سم



ب ج د متوازي أضلاع . $\angle \text{د} = 65^\circ$
أوجد $\angle \text{ب}$ ، $\angle \text{ج}$ ، $\angle \text{د}$

المعطيات : (١) ب ج د متوازي أضلاع ، (٢) $\angle \text{د} = 65^\circ$
المطلوب : إيجاد قياس $\angle \text{ب}$ ، $\angle \text{ج}$ ، $\angle \text{د}$

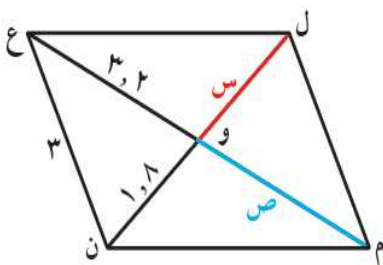
(معطى)

البرهان : ب ج د متوازي أضلاع

$\angle \text{ب} = 180^\circ - \angle \text{د} = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$ (لأن كل زاويتين متتاليتين متكاملتان)

$\angle \text{ج} = \angle \text{ب} = 115^\circ$ (لأن كل زاويتين متقابلتين متطابقتان)

$\angle \text{د} = \angle \text{ب} = 115^\circ$ (لأن كل زاويتين متقابلتين متطابقتان)



ل م ن ع متوازي أضلاع تقاطع قطريه في و .
أوجد : (١) س ، ص . (٢) محيط المثلث ل م و

الشكل ل م ن ع متوازي أضلاع

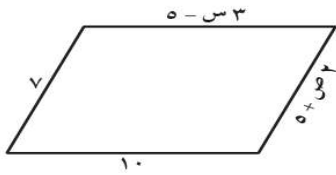
القطران ينصف كل منهما الآخر

\therefore س = ون = ١, ٨ وحدة طول ،

وبالمثل ص = وع = ٣, ٢ وحدة طول

\therefore محيط Δ ل م و = ٣ + ٣, ٢ + ١, ٨ = ٨ سم

إعداد
أ. مراندا موسى



في متوازي الأضلاع المقابل ،
أوجد قيمة كل من س ، ص .

∴ من خواص متوازي الأضلاع كل ضلعين متقابلين متطابقان :

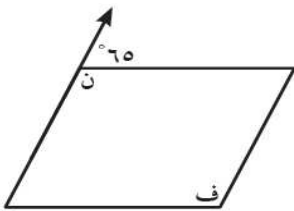
بالمثل : $7 = 5 + 2ص$

$$\begin{aligned} 5 - 7 &= 2ص \\ 2 &= 2ص \\ 1 &= ص \end{aligned}$$

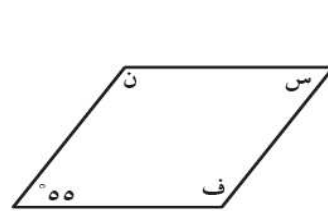
فيكون : $10 = 5 - 3س$

$$\begin{aligned} 5 &+ 10 = 3س \\ 15 &= 3س \\ 5 &= س \end{aligned}$$

أوجد قيمة كل من س ، ف ، ن في متوازيات الأضلاع التالية :



$$\begin{aligned} ن &= 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ \\ &\text{بالتجاور على مستقيم واحد} \\ \text{الشكل متوازي أضلاع فيكون:} \\ ف &= 115^\circ \\ &\text{كل زاويتان متقابلتان متطابقتان} \end{aligned}$$



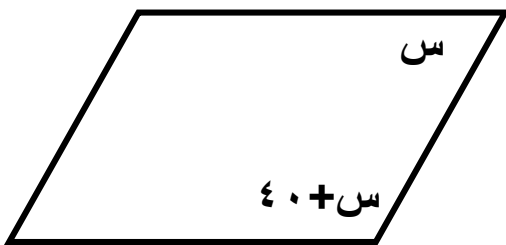
$$\begin{aligned} &\text{الشكل متوازي أضلاع فيكون:} \\ س &= 55^\circ \\ &\text{كل زاويتان متقابلتان متطابقتان} \\ ن &= 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ \\ &\text{كل زاويتان متتاليتان متكاملتان} \end{aligned}$$

إذا كان أ ب ج د متوازي أضلاع وكان الفرق بين أي زاويتين غير متقابلتين 40° ،

فما هو قياس الزاوية الصغرى لمتوازي الأضلاع؟

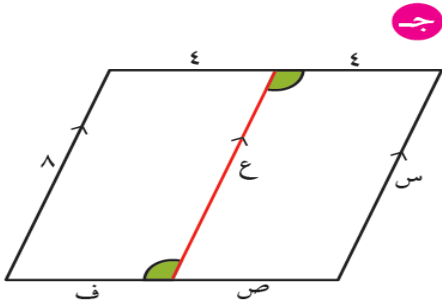
نفرض ان الزاوية الصغرى هي س
الشكل متوازي أضلاع فيكون:

كل زاويتان متتاليتان متكاملتان



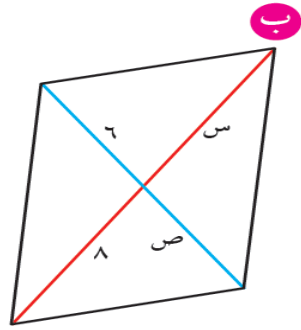
$$\begin{aligned} 180 &= 40 + س \\ 180 &= 40 + 2س \\ 2س + 40 &= 180 - 40 \\ 2س &= 140 \\ س &= 70 \\ \text{قياس الزاوية الصغرى هو } 70^\circ \end{aligned}$$

أوجد الأطوال المجهولة في متوازيات الأضلاع التالية

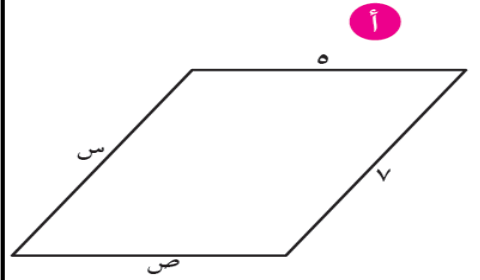


س = 8 وحدة طول
ص = 4 وحدة طول
ع = 8 وحدة طول
ف = 4 وحدة طول

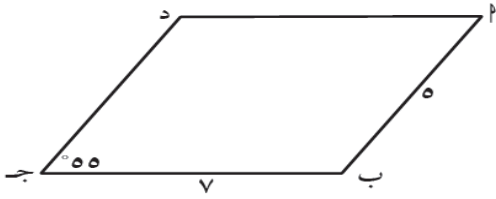
كل ضلعان متقابلان متطابقان
في متوازي الاضلاع



س = 8 وحدة طول
ص = 6 وحدة طول
الأقطار ينصف كل منهما
الآخر في متوازي الاضلاع

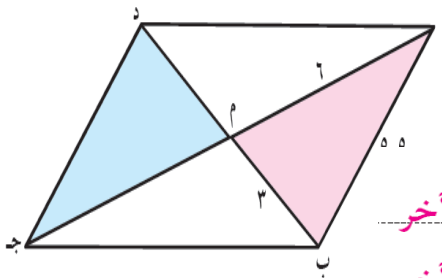


س = 7 وحدة طول
ص = 5 وحدة طول
كل ضلعان متقابلان متطابقان
في متوازي الاضلاع



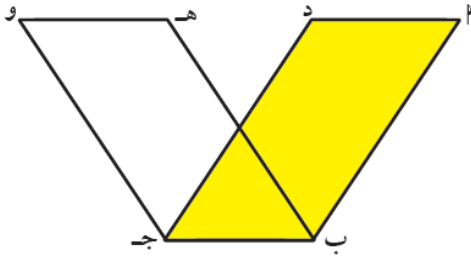
أ ب ج د متوازي أضلاع فيه $AB = 5$ وحدة طول ،
ب ج = 7 وحدة طول ، $\angle C = 55^\circ$ ،
أوجد ما يلي مع ذكر السبب :

د = ب ج = 7 وحدة طول السبب : (ضلعان متقابلان متطابقان)
ج = ب = 5 وحدة طول السبب : (ضلعان متقابلان متطابقان)
C = $\angle C = 55^\circ$ السبب : (زاويتان متقابلتان متطابقتان)
C = $\angle C = 125^\circ$ السبب : (زاويتان متتاليتان متكاملتان)
C = $\angle C = 125^\circ$ السبب : (زاويتان متقابلتان متطابقتان)



أ ب ج د متوازي أضلاع تقاطع قطريه في م ، $AB = 5$ ، $AD = 7$ وحدة طول ،
م = 6 وحدة طول ، ب م = 3 وحدة طول . احسب محيط \triangle د م ج .

د م = م ب = 3 وحدة طول السبب : القطران ينصف كل منهما الآخر
م ج = م ب = 6 وحدة طول السبب : القطران ينصف كل منهما الآخر
ج = ب = 5 وحدة طول السبب : (ضلعان متقابلان متطابقان)
∴ محيط \triangle د م ج = $6 + 3 + 5 = 14$ وحدة طول



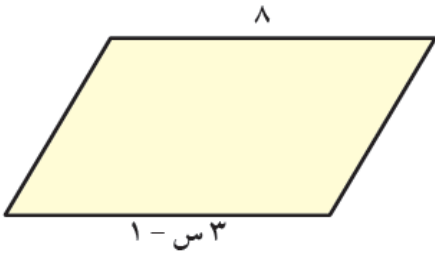
١ ب ج د ، هـ ب ج و متوازي أضلاع ،
أثبت أن : ١ د = هـ و .

١ د = ب جـ (ضلعان متقابلان متطابقان في متوازي الأضلاع ١ ب ج د)

هـ و = ب جـ (ضلعان متقابلان متطابقان في متوازي الأضلاع هـ ب ج و)

إذا ١ د = هـ و من خواص المساواة

أمامك متوازيات أضلاع ، أوجد قيمة س في كل مما يلي :



الشكل متوازي أضلاع فيكون:
كل ضلعان متقابلان متطابقان

$$\begin{aligned} ٨ &= ٣س - ١ \\ ٣س - ١ &= ٨ + ١ \\ ٣س &= ٩ \\ س &= ٣ \end{aligned}$$



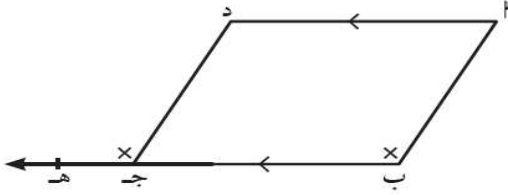
الشكل متوازي أضلاع فيكون:
كل زاويتان متتاليتان متكاملتان

$$\begin{aligned} ١٨٠ &= ١٢٠ + ٣٠ + س ٢ \\ ١٨٠ &= ١٥٠ + س ٢ \\ ١٥٠ - ١٨٠ &= ١٥٠ - ١٥٠ + س ٢ \\ ٣٠ &= س ٢ \\ ١٥ &= س \end{aligned}$$

حالات الكشف عن متوازي الأضلاع

المحالة (من التعرف)
يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا كان فيه كل ضلعان متقابلان متوازيان

برهن على أن الشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع .



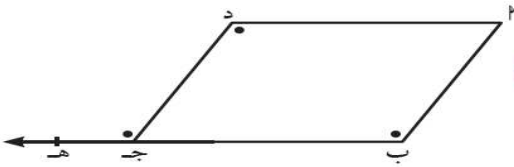
$$\therefore \overline{AD} \parallel \overline{BC} \quad (1) \quad (\text{معطى})$$

$$\therefore \angle D = \angle B \quad (\text{معطى}) \quad (\text{وهما في وضع تناظر}).$$

$$\therefore \overline{AB} \parallel \overline{DC} \quad (2)$$

من (1)، (2) ينتج أن الشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع
لأن فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان

برهن على أن الشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع .



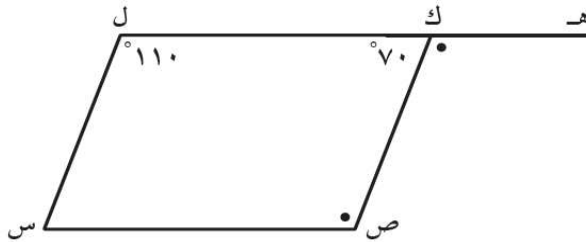
$$\therefore \angle D = \angle B \quad (\text{معطى}) \quad (\text{وهما في وضع تناظر})$$

$$\therefore \overline{AD} \parallel \overline{BC} \quad (1)$$

$$\therefore \angle D = \angle B \quad (\text{معطى}) \quad (\text{وهما في وضع تبادلي})$$

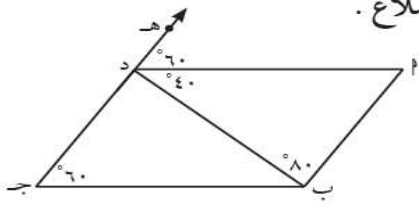
$$\therefore \overline{AB} \parallel \overline{DC} \quad (2)$$

من (1)، (2) ينتج أن الشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع
لأن فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان



اثبت ان الشكل
متوازي أضلاع

نعم ، بما أن $\angle D = \angle B$ وهما في وضع تناظر وكذلك
 $\angle A = \angle C$ وهما في وضع تبادلي ، إذا كل ضلعين متقابلين متوازيان
و ك ل س ص متوازي أضلاع .



برهن على أن الشكل الرباعي ABCD متوازي أضلاع .

المعطيات: ABCD شكل رباعي ،

$$(1) \quad \angle ADE = 60^\circ = \angle CDE$$

$$(2) \quad \angle BDE = 80^\circ$$

$$(3) \quad \angle ABE = 40^\circ$$

المطلوب: إثبات أن الشكل الرباعي ABCD متوازي أضلاع .

البرهان: $\angle ADE = 60^\circ = \angle CDE$ (وهما في وضع تناظر)

$$(1) \quad \therefore \overline{AD} \parallel \overline{BC}$$

$$\text{في } \triangle ABE, \angle ABE + \angle BAE + \angle AEB = 180^\circ$$

$$60^\circ + \angle BAE + 120^\circ = 180^\circ$$

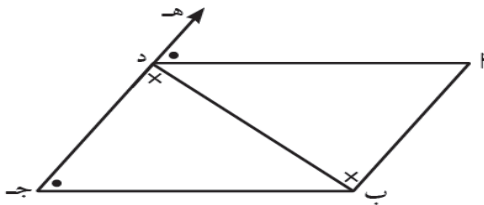
$$\angle BAE = 180^\circ - 180^\circ = 0^\circ$$

$$\therefore \angle ABE = \angle BAE = 60^\circ$$

$$(2) \quad \therefore \overline{AB} \parallel \overline{DC}$$

\therefore من (1)، (2) ينتج أن :

ABCD متوازي أضلاع لأنه (شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان)



من البيانات على الشكل المقابل :

أثبت أن ABCD متوازي أضلاع .

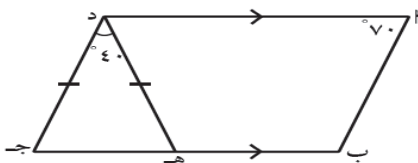
$$\therefore \angle ADE = 60^\circ = \angle CDE$$

$$\therefore \overline{AD} \parallel \overline{BC} \quad (1)$$

$$\therefore \angle ABE = 40^\circ = \angle CDE$$

$$\therefore \overline{AB} \parallel \overline{DC} \quad (2)$$

\therefore من (1)، (2) يكون الشكل ABCD متوازي أضلاع لأن فيه كل ضلعان متقابلان متوازيان .



في الشكل المقابل : $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ،

$$\angle ADE = 60^\circ = \angle CDE$$

$$\angle BDE = 80^\circ$$

برهن أن الشكل الرباعي ABCD متوازي أضلاع .

$$(1) \quad \therefore \overline{AD} \parallel \overline{BC}$$

$$\angle ABE = 40^\circ = \angle CDE$$

$$\therefore \angle ABE + \angle BAE + \angle AEB = 180^\circ$$

$\triangle ABE$ المتطابق الضلعين فيه :

$$\angle ABE = \angle BAE = 40^\circ$$

$$\therefore \angle ABE = \angle BAE = 40^\circ$$

$$\therefore \angle ABE = \angle BAE = 40^\circ$$

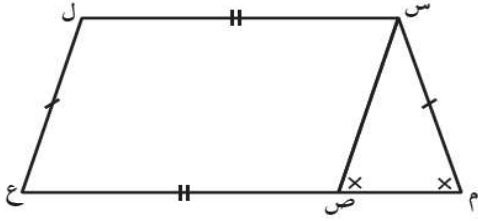
$$(2) \quad \therefore \overline{AB} \parallel \overline{DC}$$

\therefore الشكل ABCD متوازي أضلاع لأن فيه كل ضلعان متقابلان متوازيان .

الحالة الأولى

يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا كان فيه كل ضلعان متقابلان متطابقان

إذا كان $س ل = ص ع$ ، $س م = ل ع$ ، $\hat{م} \cong \hat{س ص م}$ ،
برهن أن الشكل الرباعي $س ص ع ل$ متوازي أضلاع .



الحل :

المعطيات : (١) $س ل = ص ع$

(٢) $س م = ل ع$

(٣) $\hat{م} \cong \hat{س ص م}$

المطلوب : إثبات أن الشكل الرباعي $س ص ع ل$ متوازي أضلاع .

البرهان : في $\Delta س م ص$ ، $\hat{م} \cong \hat{س ص م}$ (فرضاً)

$\therefore \Delta س م ص$ متطابق الضلعين فيه $س م = س ص$

(فرضاً)

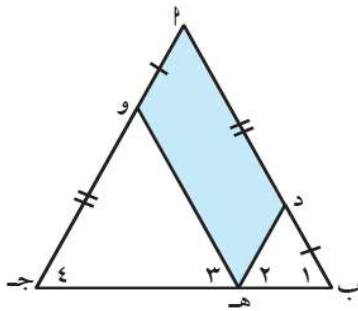
$\therefore س م = ل ع$

$\therefore س ص = ل ع$

$\therefore س ل = ص ع$

\therefore من (١) ، (٢) ينتج أن :

$س ص ع ل$ متوازي أضلاع لأنه (شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متطابقان) .



في الشكل المقابل : $\hat{و}(\hat{١}) = \hat{و}(\hat{٢})$ ،

$\hat{و}(\hat{٣}) = \hat{و}(\hat{٤})$ ، $١د = ٢و$ ، $٢و = ٤د$ ،

برهن أن $١د$ و $٢و$ متوازي أضلاع .

$\Delta د ب ه$ فيه :

$\therefore \hat{و}(\hat{١}) = \hat{و}(\hat{٢})$ (معطى)

$\therefore د ب = د ه$ (مثلث متطابق الضلعين)

$\therefore د ب = ١و$ (معطى)

$\therefore د ه = ١و$

بالمثل : $\Delta و ه ج$ فيه :

$\therefore \hat{و}(\hat{٣}) = \hat{و}(\hat{٤})$ (معطى)

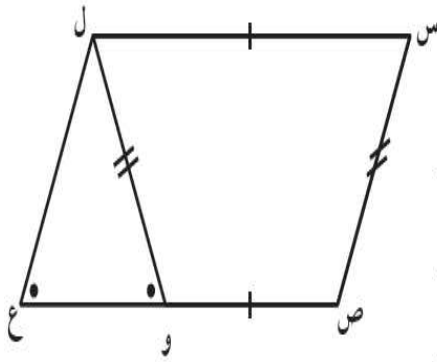
$\therefore و ه = و ج$ (مثلث متطابق الضلعين)

$\therefore و ج = ١د$ (معطى)

$\therefore و ه = ١د$

(من خواص المساواة) \leftarrow (٢)

\therefore من (١) ، (٢) نجد أن الشكل $١د ه و$ متوازي أضلاع لأن فيه كل ضلعين متقابلين متطابقين .



أثبت أن: الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع.

$$\Delta \text{ ل و ع فيه } \angle \text{ل و ع} = \angle \text{و ل ع} \quad (1)$$

متطابق الضلعين

$\therefore \Delta \text{ ل و ع}$

← (1)

$\therefore \text{ل و} = \text{ل ع}$

← (2) (معطى)

$\therefore \text{س ص} = \text{ل و}$

← (3)

من (1)، (2) $\therefore \text{س ص} = \text{ل ع}$

← (4) (معطى)

$\therefore \text{س ل} = \text{ص ع}$

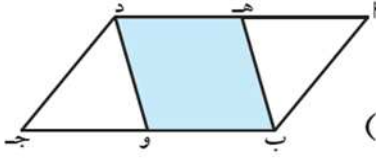
من (3)، (4) \therefore الشكل س ص ع ل فيه كل ضلعان متقابلان متطابقان

\therefore الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع

الحالة الثانية

يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا كان فيه ضلعان متقابلان متطابقان ومتوازيان

إذا كان \overline{AB} جد متوازي أضلاع فيه \overline{AD} منتصف \overline{AB} ، و \overline{BC} منتصف \overline{AD} ،
برهن أن الشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع .



المعطيات: \overline{AB} جد متوازي أضلاع،

$$(1) \quad \overline{AD} = \overline{DB} \quad (\overline{AD} \text{ منتصف } \overline{AB})$$

$$(2) \quad \overline{BC} = \overline{CD} \quad (\overline{BC} \text{ منتصف } \overline{AD})$$

المطلوب: إثبات أن الشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع .

البرهان: $\therefore \overline{AB}$ جد متوازي أضلاع

$$\therefore \overline{AD} = \overline{DB}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \overline{DB}$$

$$\therefore \overline{BC} = \overline{CD} \quad (\overline{BC} \text{ منتصف } \overline{AD})$$

$$(1)$$

$$\therefore \overline{AD} = \overline{DB}$$

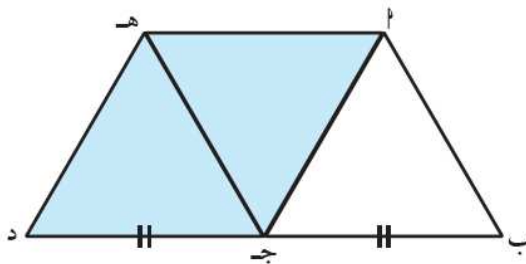
$$\therefore \overline{AD} \parallel \overline{DB}$$

$$\therefore \overline{AD} \supset \overline{DB}, \text{ و } \overline{DB} \supset \overline{AD}$$

$$\therefore \overline{AD} \parallel \overline{DB}$$

\therefore من (1)، (2) ينتج أن:

\overline{AB} جد متوازي أضلاع لأنه (شكل رباعي فيه ضلعان متقابلان متطابقان ومتوازيان)



(مُعْطَى)

(من خواص متوازي الأضلاع)

(مُعْطَى)

(من خواص المساواة) \leftarrow (1)

(من خواص متوازي الأضلاع)

(مُعْطَى)

(بُرْهَانًا) \leftarrow (2)

إذا كان \overline{AB} جد متوازي أضلاع،

$\overline{AB} = \overline{CD}$ ، $\overline{AD} = \overline{BC}$ ، $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ، $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ،

واحدة، فبرهن أن الشكل الرباعي

$ABCD$ متوازي أضلاع .

\therefore الشكل $ABCD$ متوازي أضلاع

$$\therefore \overline{AB} = \overline{CD}$$

$$\therefore \overline{AD} = \overline{BC}$$

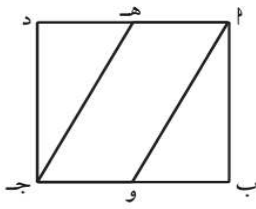
$$\therefore \overline{AD} \parallel \overline{BC}$$

$$\therefore \overline{AB} \parallel \overline{CD}$$

$\therefore \overline{AD} = \overline{BC}$ ، $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ،

$$\therefore \overline{AD} \parallel \overline{BC}$$

\therefore من (1)، (2) نجد أن الشكل $ABCD$ متوازي أضلاع لأن فيه ضلعان متقابلان متطابقان ومتوازيان.



أب جد مربع، هـ منتصف \overline{AD} ، و منتصف \overline{BC} جـ
أثبت أن: \overline{AH} و \overline{BH} متوازي أضلاع.

المعطيات: \overline{AH} جد مربع، هـ منتصف \overline{AD} ، ومنتصف \overline{BC} جـ

المطلوب: إثبات أن: \overline{AH} و \overline{BH} متوازي أضلاع

البرهان:

(معطى)

أب جد مربع

(أطوال أضلاع المربع متطابقة)

$\therefore \overline{AH} = \overline{BH}$

(معطى) ، $\therefore \overline{AH} = \frac{1}{2} \overline{AD}$

$\therefore \overline{AH}$ منتصف \overline{AD}

(معطى) ، $\therefore \overline{BH} = \frac{1}{2} \overline{BC}$

$\therefore \overline{BH}$ منتصف \overline{BC}

(من خواص المساواة) (١)

$\therefore \overline{AH} = \overline{BH}$

(من خواص المربع)

$\therefore \overline{AD} \parallel \overline{BC}$

(٢)

$\therefore \overline{AH} \parallel \overline{BH}$

من (١) ، (٢) ينتج أن:

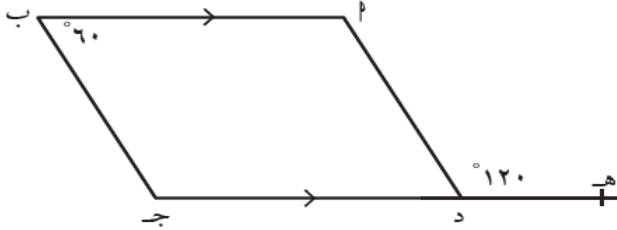
الشكل \overline{AH} و \overline{BH} متوازي أضلاع (لأنه شكل رباعي فيه ضلعان متطابقان ومتوازيان)

الحالة الثالثة

يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا كان فيه كل زاويتين متقابلتين متطابقتين

أو

يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا كان فيه كل زاويتين متتاليتين متكاملتين



$$\angle ب = 60^\circ = 180^\circ - 120^\circ = \angle هـ$$

$$\angle د = 120^\circ = (60^\circ + 60^\circ + 120^\circ) - 360^\circ = \angle ج$$

مجموع قياس زوايا الشكل الرباعي = 360°

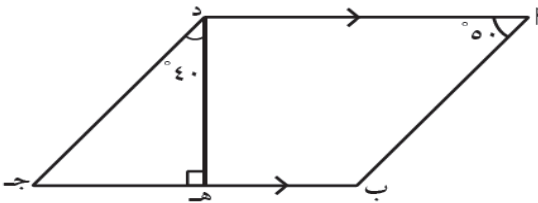
أما $\angle ب = \angle د$ = قياس الزاوية الخارجية د هـ ب ، $\angle هـ د ب = \angle ب د هـ = \angle ب$ بالتبادل والتوازي بما أن $ب د \parallel ج هـ$ ، إذا كل زاويتين متقابلتين متطابقتان والشكل الرباعي هو متوازي أضلاع .

إذا كان ب د هـ ج شكل رباعي فيه $ب د \parallel ج هـ$ ،

$$د هـ \perp ب ج ، \angle ب = 50^\circ$$

$$\angle هـ د ج = 40^\circ ، \text{ فبرهن أن }$$

الشكل ب د هـ ج متوازي أضلاع .



(معطى)

$$\therefore ب د \parallel ج هـ$$

(معطى) $\leftarrow (١)$

$$\therefore \angle ب = 50^\circ$$

$$\therefore \angle د = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ \text{ زاويتان متتاليتان متكاملتان } \leftarrow (٢)$$

$\Delta د هـ ج$ القائم الزاوية في (هـ) فيه :

(معطى)

$$\therefore \angle هـ د ج = 40^\circ$$

(معطى)

$$\therefore د هـ \perp ب ج$$

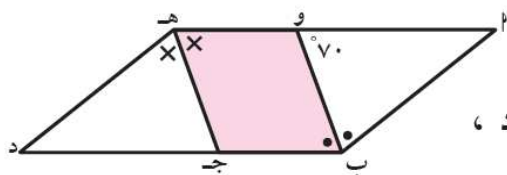
$$\therefore \angle ج = 180^\circ - (40^\circ + 90^\circ) = 50^\circ \text{ مجموع قياس زوايا المثلث } \leftarrow (٣)$$

$$\therefore \angle ب د هـ = (50^\circ + 130^\circ + 50^\circ) - 360^\circ = 230^\circ$$

$$= 360^\circ - 230^\circ$$

$$= 130^\circ \text{ مجموع قياس زوايا الشكل الرباعي } \leftarrow (٤)$$

\therefore من (١) ، (٢) ، (٣) ، (٤) الشكل ب د هـ ج متوازي أضلاع لأن فيه كل زاويتان متقابلتان متطابقتان .



إذا كان \hat{A} ب د ه متوازي أضلاع،
 \hat{B} و \hat{C} منصف \hat{A} ب د، ه جـ منصف \hat{A} ه د،
 $\hat{C}(\hat{A} \text{ و } \hat{B}) = 70^\circ$

فبرهن أنّ الشكل الرباعي و ب ج هـ متوازي أضلاع .

∴ الشكل أ ب ج د متوازي أضلاع

$$\therefore (p \cup q) \cap (p \cap q) = (p \cap q) \quad \text{(برہانا)}$$

∴ ب و منصف ا ب د، كذلك ∴ هـ جـ منصف ا هـ د (معطى)

$\therefore \text{و}(\text{و} \text{ج}) = \text{و}(\text{و ه ج})$ (برہانا)

أَيْضًا $v = (b \text{ و } a) \text{ و } v = (b \text{ و } a) = v_0$ (التبادل والتوازي) $\leftarrow (1)$

$$(٢) \leftarrow \gamma_0 = (\overset{\wedge}{\text{و}} \overset{\wedge}{\text{هـ}} \text{ـ}) \vee (\overset{\wedge}{\text{و}} \overset{\wedge}{\text{ب}} \text{ـ}) \vee (\overset{\wedge}{\text{ب}} \overset{\wedge}{\text{ا}} \text{ـ}) \vee :$$

الشكل و ب ج هـ فيه :

٥ (ب و هـ) $180 = 70 - 110$ التجاور على مستقيم \leftarrow (٣)

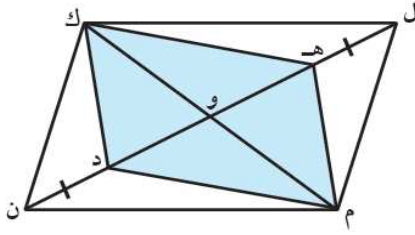
ومنه: $٧(ب ج هـ) = (١١٠ + ٧٠ + ٧٠) - ٣٦٠ = ٨٠$

ن (ب ج هـ) = $360^\circ - 250^\circ = 110^\circ$ مجموع قياس زوايا الشكل الرباعي $360^\circ \leftarrow (4)$

∴ من (١)، (٢)، (٣)، (٤) نجد أن الشكل وب جـ هـ متوازي أضلاع لأن فيه كل زاويتان متقابلتان متطابقتان.

الحالة الرابعة

يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا كان فيه القطران ينصف كل منهما الآخر



إذا كان ل م ن ك متوازي أضلاع تقاطع قطريه
في و ، ل هـ = ن د ،

برهن أن الشكل الرباعي هـ م د ك متوازي أضلاع .

المعطيات : ل م ن ك متوازي أضلاع ، ل هـ = ن د

المطلوب : إثبات أن الشكل الرباعي هـ م د ك متوازي أضلاع .

(فرضاً)

البرهان : ل م ن ك متوازي أضلاع

$$\therefore م و = و ك$$

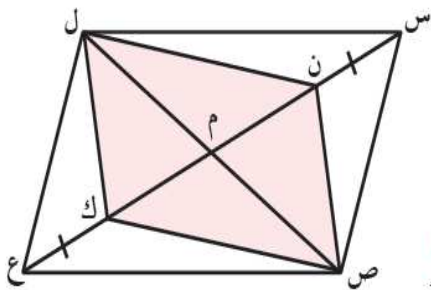
$$\therefore ل و = و ن$$

$$\therefore ل هـ = ن د$$

$$\therefore ل و - ل هـ = و ن - ن د$$

$$\therefore هـ و = و د$$

∴ من (١)، (٢) ينتج أن هـ م د ك متوازي أضلاع (القطران ينصف كل منهما الآخر)



إذا كان ن ص ك ل متوازي أضلاع

تقاطع قطريه في م ، س ن = ك ع ، فأثبت

أن الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع .

(معطى)

الشكل ن ص ك ل متوازي أضلاع

∴ م نقطة تقاطع قطريه

$$\therefore م ص = م ل$$

$$\text{أيضاً } م ن = م ك$$

$$\therefore م ن = م ك$$

$$\therefore م ن + م ن = م ك + م ك$$

$$\therefore م س = م ع$$

∴ من (١)، (٢) نجد أن الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع لأن فيه القطران ينصف كل منهما الآخر.

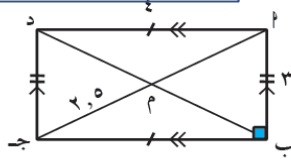
(برهاناً) ← (١)

(برهاناً)

(معطى)

(برهاناً) ← (٢)

- إحدى زواياه قائمة
- قطراه متطابقان



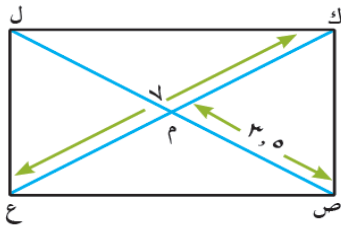
المستطيل (خواصه والكشف عنه)

١ ب ج د مستطيل فيه : $\angle \text{ب} = 90^\circ$

٢ ب = ٣ ، د = ٤ ، م ج = ٥ ، ٢

أكمل ما يلي :

- ١ د ج = ٣ لأن الضلعين المتقابلين متطابقان
- ٢ ب ج = ٥ لأن القطران ينصف كل منهما الآخر
- ٣ $\angle \text{د} = 90^\circ$ لأن الزوايا قائمة
- ٤ $\angle \text{ج} = 90^\circ$ لأن الزوايا قائمة



ك ص ع ل متوازي أضلاع فيه : ك ع = ٧ وحدة طول ،

ص م = ٥ ، ٣ وحدة طول .

أثبت أن : ك ص ع ل مستطيل

المعطيات : (١) ك ص ع ل متوازي أضلاع

(٢) ك ع = ٧ وحدة طول ، ص م = ٥ ، ٣ وحدة طول

المطلوب : إثبات أن ك ص ع ل مستطيل

البرهان : ∴ ك ص ع ل متوازي أضلاع (معطى)

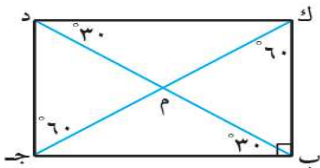
∴ ص م = م = ٥ ، ٣ وحدة طول ، القطران ينصف كل منهما الآخر .

∴ ص ل = ٧ وحدة طول

∴ ك ع = ص ل = ٧ ، القطران متطابقان

∴ الشكل ك ص ع ل مستطيل لأن

ك ص ع ل شكل متوازي أضلاع فيه القطران متطابقان



في الشكل المقابل أثبت أن : ك ب ج د مستطيل .

البرهان :

∴ $\angle \text{ك د ب} = \angle \text{د ب ج}$ (وهما في وضع تبادل)

∴ ك د // ب ج (١)

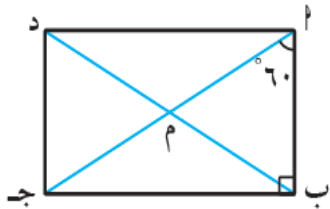
∴ $\angle \text{ب ك ج} = \angle \text{ج ك د}$ (وهما في وضع تبادل)

∴ ك ب // د ج (٢)

∴ من (١) ، (٢) الشكل متوازي أضلاع ،

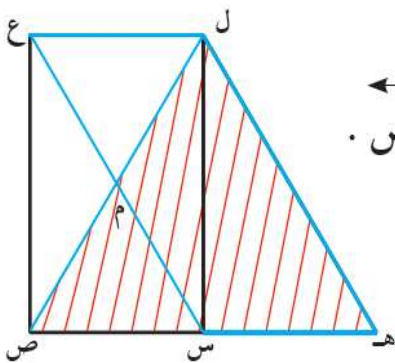
∴ $\angle \text{ك ب ج} = 90^\circ$

∴ الشكل مستطيل لأنه متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة

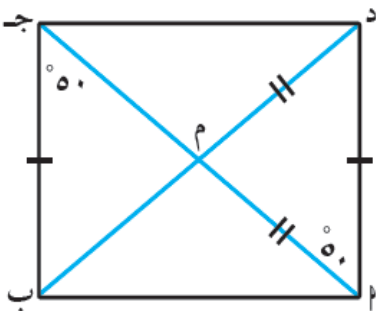


أب جد مستطيل فيه : $\angle (ب \hat{ } أ ج) = 60^\circ$ ،
احسب $\angle (د ب \hat{ } ج)$.

$$\angle (د ب \hat{ } ج) = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ \text{ (بما أن } \angle (ب \hat{ } أ ج) = \angle (ب \hat{ } د ج) = 60^\circ \text{)}$$



س ص ع ل مستطيل ، هـ س ع ل متوازي أضلاع ،
أثبت أن : $\Delta ل ص هـ$ متطابق الضلعين ، هـ \Rightarrow ص س .
 $ل ص = ع س$ (القطران متطابقان في المستطيل) ،
 $ل هـ = ع س$ (ضلعان متقابلان في متوازي أضلاع
متطابقان) إذا $ل ص = ل هـ$ ، $\Delta ل ص هـ$ متطابق
الضلعين .



أب جد شكل رباعي يتقاطع قطراه في م
 $د ب = ب ج$ ، $م د = م ب$ ،
 $\angle (د ب \hat{ } ج) = \angle (ب ج \hat{ } د) = 50^\circ$ ،

أثبت أن : أب جد مستطيل ، ثم أوجد $\angle (ب \hat{ } أ ج)$.

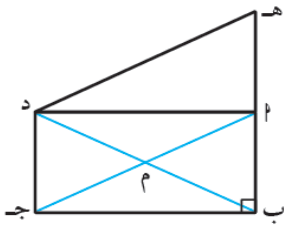
$$\angle (د ب \hat{ } ج) = \angle (ب ج \hat{ } د) = 50^\circ \text{ والزواويتان متبادلتان}$$

$$\text{إذا } \overline{د ب} \parallel \overline{ب ج} \text{ ، كذلك } \overline{د ب} \cong \overline{ب ج}$$

إذا أب جد متوازي أضلاع .

ولكن $م د = م ب$ إذا القطران متساويان لذلك أب جد مستطيل ،

$$\angle (ب \hat{ } أ ج) = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$



هـ د متوازي أضلاع، $\angle د = ٩٠^\circ$ ،
 $د هـ \parallel ب ج$ ، هـ، د، ب على استقامة واحدة.
 أثبت أن: $د ب \parallel ج د$ مستطيل.

∴ الشكل هـ د متوازي أضلاع

∴ $د هـ \parallel ج د$ ، ∴ هـ، د، ب على استقامة واحدة

∴ $د ب \parallel ج د$ ← (١)

∴ $د هـ \parallel ج د$ ← (٢)

∴ من (١)، (٢) الشكل د ب ج د متوازي أضلاع فيه كل ضلعان متقابلان متوازيان

∴ $\angle د = ٩٠^\circ$

∴ الشكل د ب ج د مستطيل إحدى زواياه قائمة.

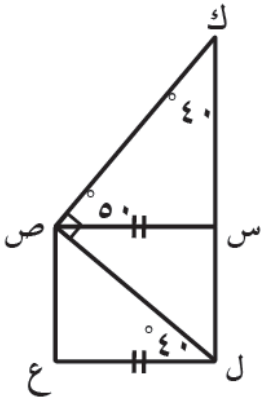
إثبات أن س ص ع ل مستطيل

$\angle س ص ل = ٩٠^\circ - ٥٠^\circ = ٤٠^\circ = \angle ص ل ع$ وهما في وضع تبادل،

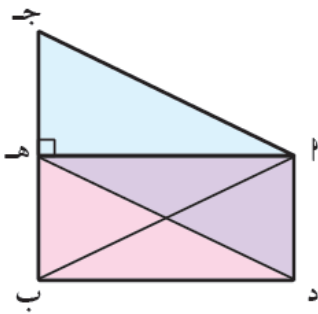
إذا $س ص \parallel ل ع$ وكذلك $س ص \parallel ل ع$ ، إذا $س ص ع ل$ متوازي أضلاع.

$\angle ل س ص = ١٨٠^\circ - (٤٠^\circ + ٥٠^\circ) = ٩٠^\circ$ ، إذا $\angle س ص ل = ٩٠^\circ$ ،

بذلك $س ص ع ل$ مستطيل.



في الشكل د ب ج د مثلث متطابق الضلعين،
 $د هـ \perp ب ج$ متوازي أضلاع،
 أثبت أن: الشكل د ب هـ مستطيل.



من (٣)، (٤) يتبع أن الشكل الرباعي د ب هـ متوازي أضلاع (٥)

∴ $د ب \parallel ج د$ متطابق الضلعين

∴ $د ب = ج د$ ← (٦)

∴ $د هـ \parallel ج د$ متوازي أضلاع

∴ $د هـ = ج د$ ← (٧)

القطران متطابقان

من (٦)، (٧) يتبع أن $د ب = د هـ$

∴ الشكل د ب هـ مستطيل

∴ $\triangle د ب ج د$ متطابق الضلعين فيه:

$د هـ \perp ب ج$ (معطى)

∴ $د هـ = ج د$ ← (١)

∴ $د هـ \parallel ج د$ متوازي أضلاع (معطى)

∴ $د هـ = ج د$ ← (٢)

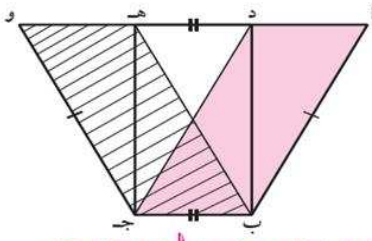
من (١)، (٢) يتبع أن:

$د هـ = ج د$ ← (٣)

من خواص متوازي أضلاع $د هـ \parallel ج د$

∴ $د ب \parallel ج د$ ←

∴ $د هـ \parallel ب ج$ ← (٤)



أب جد ، هـ ب جـ و متوازي أضلاع .
د ، هـ د ⊃ أو بحيث د هـ = ب ج ، ب = و جـ
أثبت أن : د ب جـ هـ مستطيل .

المعطيات : أب جد ، هـ ب جـ و متوازي أضلاع ، د هـ = ب ج ، ب = و جـ

المطلوب : إثبات أن : د ب جـ هـ مستطيل

البرهان :

∴ أب جد ، هـ ب جـ و متوازي أضلاع (معطى)

∴ د هـ // ب ج ، هـ و // ب جـ (من خواص متوازي أضلاع)

∴ د ، هـ د ⊃ أو (معطى)

∴ د هـ // ب جـ (١)

د هـ = ب جـ (معطى) (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن :

د ب جـ هـ متوازي أضلاع (لأنه شكل رباعي فيه ضلعان متقابلان ومتوازيان) (٣)

∴ ب = د ج ، و جـ = هـ ب (من خواص متوازي الأضلاع)

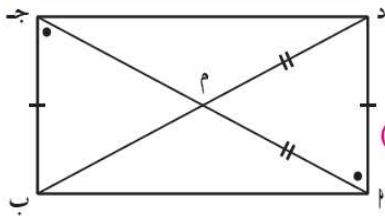
∴ ب = و جـ (معطى)

∴ ب = د ج = ب هـ = و جـ (من خواص المساواة)

∴ د جـ = هـ ب (٤) ∴ القطران متطابقان (٤)

من (٣) ، (٤) ينتج أن :

الشكل د ب جـ هـ مستطيل (لأنه متوازي أضلاع فيه قطران متطابقان)



أثبت أن : الشكل أب جد مستطيل .

∴ د هـ = ب جـ (د هـ = ب جـ) وهما من وضع تبادل (معطى)

∴ د هـ // ب جـ (١)

∴ د هـ = ب جـ (٢) (معطى)

من (١) ، (٢) : د هـ ، ب جـ ضلعان متقابلان ومتوازيان ومتطابقان

∴ الشكل أب جد متوازي أضلاع (٣)

∴ م نقطة تقاطع قطرية (القطران ينصف كلًا منهما الآخر)

∴ م د = م ب ، م = م جـ

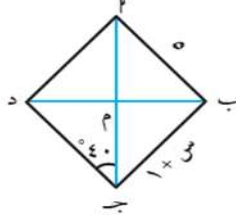
∴ م د = م ب ∴ د ب = م جـ (القطران متطابقان) (٤)

من (٣) ، (٤) ∴ الشكل أب جد مستطيل

متوازي أضلاع يكون معين إذا توفرت فيه
أحد الشروط التالية:
• إذا تطابق ضلعان متجاوران فيه
• إذا تعامد قطراه

المعين (خواصه والكشف عنه)

في الأشكال التالية معينات ، أوجد المطلوب مع ذكر السبب :



طول ب ج = ٥

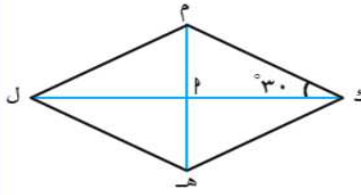
السبب أضلاع المعين متطابقة

أوجد قيمة س :

س + ١ = ٥

س = ٤

محيط المعين = ٢٠



∠(م ك ه) = ٦٠°

السبب القطر ينصف الزاوية

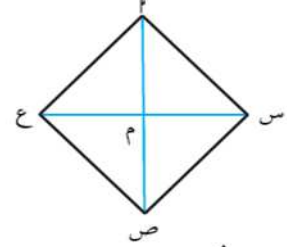
∠(م ل ه) = ٦٠°

السبب زاويتان متقابلتان

∠(ل ه ك) = ١٢٠°

قياس زاويتين

السبب متتاليتين ١٨٠°



∠(س م پ) = ٩٠°

السبب القطران متعامدان

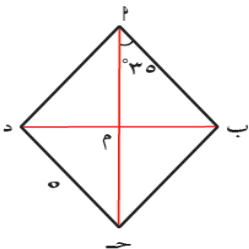
إثبات أن الشكل الرباعي أ ب ج د معين .

∵ $\overline{أ ب} \parallel \overline{ج د}$ ، $\overline{أ ب} \cong \overline{ج د}$ ،

∴ أ ب ج د متوازي أضلاع ، $\angle(أ ب ج) + \angle(ب ج د) = ١٨٠^\circ$ (من خواص متوازي أضلاع)

∴ $\angle(د ب ج) + \angle(ب ج أ) = ١٨٠^\circ \div ٢ = ٩٠^\circ$ ، إذا $\angle(ب م ج) = ٩٠^\circ$ وبذلك

القطران متعامدان في نقطة المنتصف م ، أ ب ج د معين .



أ ب ج د معين تقاطع قطريه في م ، $\angle(ب م أ) = ٣٥^\circ$ ، ج د = ٥ وحدة طول .

أ احسب قياسات زوايا المعين .

$\angle(ب م أ) = \angle(ب م ج) = ٧٠^\circ$

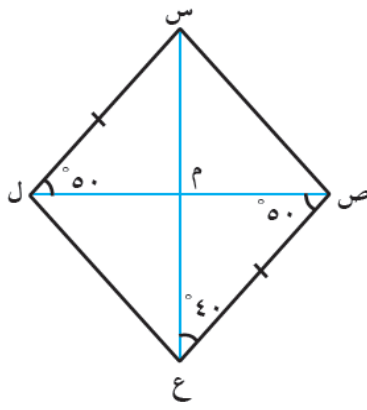
$\angle(أ م ب) = \angle(ج م ب) = ١١٠^\circ$

ب أوجد طول ب ج .

ب ج = ٥ وحدة طول

ج أوجد قياس ∠(م ب أ) .

$\angle(م ب أ) = ٩٠^\circ$



في الشكل المقابل :
 $\angle س = \angle ع = 50^\circ$
 $\angle ل = \angle ص = 40^\circ$
 أثبت أن الشكل الرباعي س ص ع ل معين .
المعطيات :

- (١) $س ل = ص ع$
 (٢) $\angle س = \angle ع = 50^\circ$
 (٣) $\angle ل = \angle ص = 40^\circ$
المطلوب : إثبات أن الشكل س ص ع ل معين

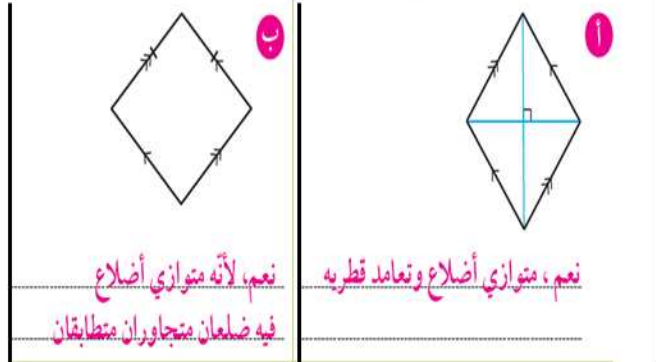
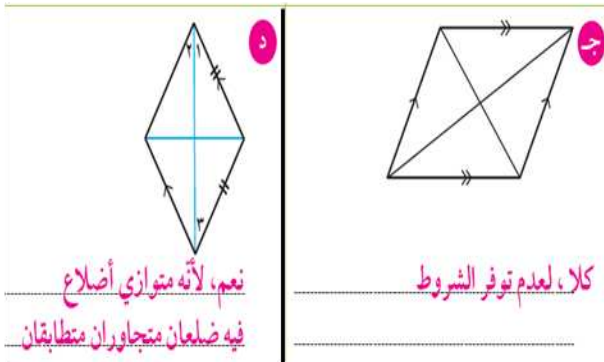
البرهان :

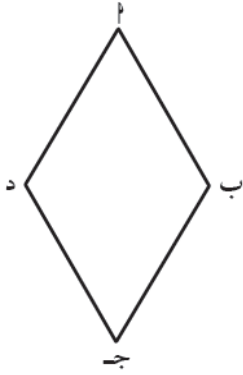
- $س ل = ص ع$ (فرضاً) (١)
 $\angle س = \angle ع = 50^\circ$ (وهما في وضع تبادل) (٢)
 $س ل \parallel ص ع$ (٣)
 ∴ من (١)، (٢) يكون الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي أضلاع لأن فيه ضلعين متقابلين متوازيين ، متطابقين (٣)

- في $\Delta س م ع$ فيه :
 $\angle س = \angle ع = 50^\circ$ (فرضاً) ، ∴ $\angle م = 80^\circ$ (فرضاً)
 $\angle م = 90^\circ = (50^\circ + 40^\circ)$ (مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي 180°)
 ومنه نستنتج أن : $س ع \perp ص ل$
 ∴ القطران متعامدان (٤)

∴ من (٣)، (٤) الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع قطراه متعامدان .
 ∴ الشكل س ص ع ل معين .

أي الأشكال التالية يمثل معيناً مع ذكر السبب ؟





أب جد معين طول قطره ب د يساوي طول ضلعه .
أوجد قياسات زوايا المعين أب جد الأربع .

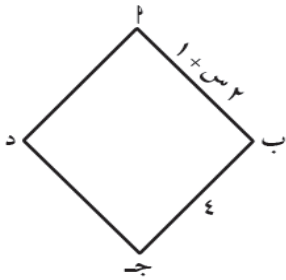
∴ Δ أب جد متطابق الأضلاع

$$\therefore \angle (ب أ د) = \angle (ب ج د) = 60^\circ$$

∴ أب جد معين

$$\therefore \angle (ب أ د) = \angle (ب ج د) = 60^\circ$$

$$\angle (أ ب ج) = \angle (أ د ج) = 120^\circ$$



أب جد معين ، أب = 2س + 1 وحدة طول ،
ب ج = 4 وحدة طول . أوجد قيمة س .

∴ أب جد معين

$$\therefore أب = ب ج = ج د = د أ$$

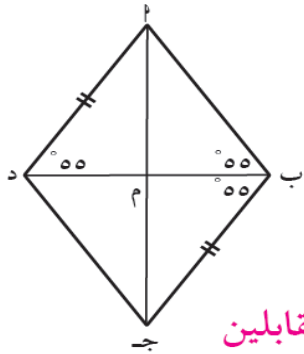
$$\therefore أب = ب ج$$

$$2س + 1 = 4$$

$$2س = 4 - 1$$

$$2س = 3$$

$$س = \frac{3}{2}$$



في الشكل أمامك ، أثبت أنّ أب جد معين .

$$\therefore د أ = ب ج \quad (معطى) \quad (1)$$

$$\therefore \angle (أ د ب) = \angle (ب ج د) = 55^\circ \text{ وهما في وضع تبادل}$$

$$\therefore د أ \parallel ب ج \quad (2)$$

من (1) ، (2) أب جد متوازي أضلاع لأن فيه ضلعين متقابلين
متطابقين ومتوازيين .

∴ أب د فيه :

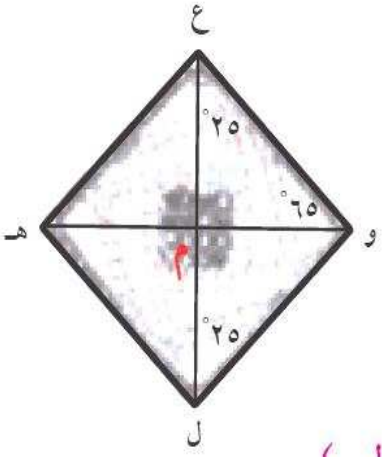
$$\therefore \angle (ب أ د) = \angle (ب ج د) = 55^\circ \text{ (معطى)}$$

$$\therefore د أ = ب ج \quad (4)$$

من (3) ، (4) أب جد معين لأنه متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متطابقان .

الشكل ع و ل ه فيه :

ع ل منتصف لكل من (وع ه) و (ول ه) \angle
 \angle (وع م) = \angle (ول م) = 25° ، \angle (ع و م) = 65°
 أثبت أن الشكل الرباعي ع و ل ه معين .



∴ ع ل منتصف للزاويتين (وع ه) ، (ول ه) . (معطى)

∴ \angle (وع م) = \angle (ول م) = 25° وهما في وضع تبادل

∴ ع و // ه ل (١)

بـ \angle (هـ ع م) = \angle (ول م) = 25° وهما في وضع تبادل

∴ ول // ع ه (٢)

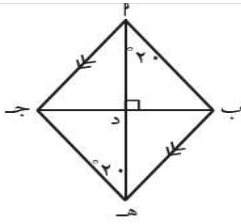
من (١) ، (٢) ع و ل ه متوازي أضلاع لأن فيه كل ضلعان متقابلان متوازيان

Δ ع و ل فيه :

\angle (وع ل) = \angle (ول ع) = 25° (معطى)

∴ وع = ول (٤)

من (٣) ، (٤) ع و ل ه معين لأنه متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متطابقان



في الشكل المقابل ، أثبت أن : ١ ب ه جـ معين .

المعطيات : (١) ١ جـ // ١ ب هـ ، (٢) ١ هـ ⊥ ١ ب جـ

(٣) \angle (ب ١ هـ) = \angle (١ هـ جـ) = 20°

المطلوب : إثبات أن ١ ب هـ جـ معين

البرهان : ١ جـ // ١ ب هـ ، (١)

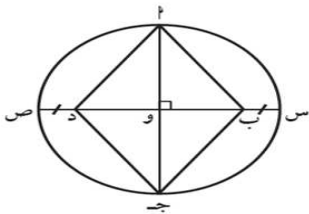
∴ \angle (ب ١ هـ) = \angle (١ هـ جـ) (وهما في وضع تبادل)

∴ ١ ب // ١ جـ هـ (٢)

∴ من (١) ، (٢) الشكل ١ ب هـ جـ متوازي أضلاع

∴ ١ هـ ⊥ ١ ب جـ (معطى)

∴ الشكل ١ ب هـ جـ معين لأنه متوازي أضلاع قطرا متعامدان



في الشكل المقابل : و مركز الدائرة ،
 أثبت أن الشكل : ١ ب جـ د معين .

من خواص الدائرة : أنصاف الأقطار متطابقة .

و ١ ≡ و جـ ، و س ≡ و ص

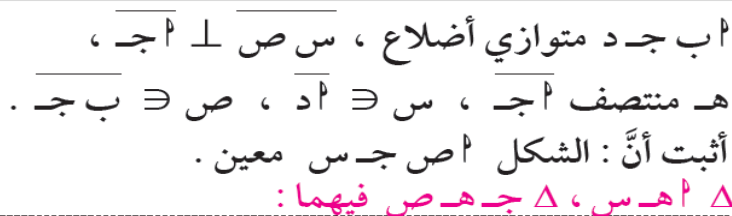
∴ س ب = د ص

{ القطران ينصف كلًا منهما الآخر ∴ س و - س ب = و ص - د ص ⇔ ب و = و د
 ∴ و ١ = و جـ

∴ الشكل ١ ب جـ د متوازي أضلاع (١) ←

∴ ١ جـ ⊥ ١ ب د (القطران متعامدان) (٢) ←

من (١) ، (٢) ∴ ١ ب جـ د معين .



(معطی)

(b)

(بالتبادل والتوازي)

بحالة (ز . ض . ز)

(\)

وينتج أن $s = \text{ص ج}$

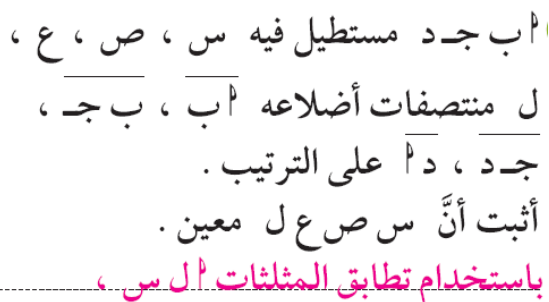
∴ س ⊃ ۲ د ، ص ⊃ ب ج

∴ اس // ص ج

من (١)، (٢) ينتج أن \mathcal{H} ص جـ س متوازي أضلاع (٣)

∴ س ص ⊥ ج

من (٣) ، (٤) ينتج أن الشكل ٢ ص جـ س معيناً



ب س ص ، ج ص ع ، د ع ل نجد أنَّ س ل = ل ع = ع ص = ص س بذلك

ل س ص ع معین



∴ $v(\hat{a} \hat{b} \hat{d}) = v(\hat{c} \hat{d} \hat{b}) = 50$ وهما في وضع تبادل

$\left\{ \begin{array}{l} \therefore \text{ب} // \text{د ج} \\ \therefore \text{ب} = \text{د ج} \end{array} \right. \text{ (معطی)}$

∴ الشكل ١ ب ج د متوازي أضلاع ← (١)

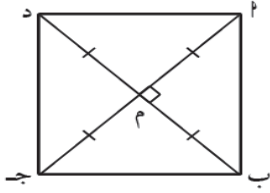
في Δ جـ م د: $\therefore \hat{م ج د} = \hat{م د ج}$ ، $\hat{م د ج} = \hat{م ج د}$

$$90^\circ = (50^\circ + 40^\circ) - 180^\circ = \text{ص (جـ م د)}$$

∴ ٢ جـ ⊥ ب د (القطران متعامدان) (٢)

من (١)، (٢) الشكل ١ ب ج د معين .

إعداد	أ. مراندا موسى
متوازي أضلاع يكون مربع إذا تطابق وتعاقد قطراه	
المستطيل يكون مربع إذا كان تطابق فيه ضلعان متجاوران	
المعين يكون مربع إذا كانت إحدى زواياه قائمة	



في الشكل المقابل $a \parallel b$ ج د متوازي أضلاع ،
أثبت أنّ : $a \parallel b$ ج د مربع .

المعطيات :

$a \parallel b$ ج د متوازي أضلاع ، $a \perp b$ ج د ، $a = b$ ج د

المطلوب : إثبات أنّ $a \parallel b$ ج د مربع

البرهان : $a \parallel b$ ج د متوازي أضلاع فيه :

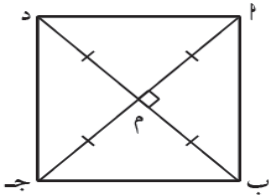
$a = b$ ج د (قطراه متطابقان)

$a \parallel b$ ج د مستطيل (١)

من تطابق $\Delta m \parallel b$ ، $\Delta m \parallel d$ (ض . ز . ض) $\implies a = b$ ج د (ضلعان متجاوران

متطابقان) (٢)

\therefore من (١) ، (٢) $a \parallel b$ ج د مربع



في الشكل المقابل $a \parallel b$ ج د متوازي أضلاع ،
أثبت أنّ : $a \parallel b$ ج د مربع .

المعطيات :

$a \parallel b$ ج د متوازي أضلاع ، $a \perp b$ ج د ، $a = b$ ج د

المطلوب : إثبات أنّ $a \parallel b$ ج د مربع

$a \parallel b$ ج د متوازي أضلاع فيه :

$a \perp b$ ج د (قطراه متعامدان)

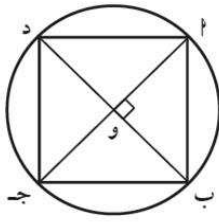
$a \parallel b$ ج د معين (١)

$\Delta m \parallel b$ قائم ومتطابق الضلعين $(m \parallel b)$ $\implies \angle m \parallel b = 90^\circ$ ،

بالمثل $\angle m \parallel d = 90^\circ$ (قطرا المعين ينصفان زواياه)

$\therefore \angle b \parallel d = 90^\circ$ (قياس إحدى الزوايا قائمة) (٢)

\therefore من (١) ، (٢) $a \parallel b$ ج د مربع



في الشكل المقابل $\overline{أج}$ ، $\overline{ب د}$ قطران في دائرة مركزها و ،
 $\overline{أج} \perp \overline{ب د}$. أثبت أن $\overline{أ ب ج د}$ مربع .

المعطيات : (١) و مركز الدائرة ، (٢) $\overline{أج} \perp \overline{ب د}$.

المطلوب : إثبات أن $\overline{أ ب ج د}$ مربع

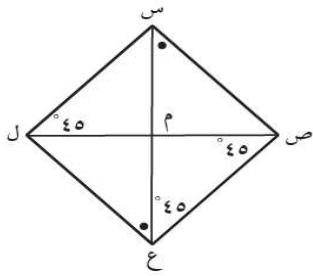
البرهان : \therefore و مركز الدائرة

$$\therefore \overline{أ و} = \overline{ب و} = \overline{ج و} = \overline{د و} \quad (١)$$

$$\therefore \overline{أج} = \overline{ب د} \quad (٢) \quad \text{القطران متطابقان}$$

$$(٣) \quad \text{ولكن } \overline{أج} \perp \overline{ب د}$$

$$\therefore \text{من (١)، (٢)، (٣) } \overline{أ ب ج د} \text{ مربع}$$



باستخدام المعطيات في الرسم أثبت أن :

س ص ع ل مربع الشكل .

$$\therefore \angle (ص س ع) = \angle (ل ع ص) \text{ معطى وهما في وضع تبادل}$$

$$\therefore \text{س ص} \parallel \text{ع ل} \quad (١)$$

$$\therefore \angle (ع ص ل) = \angle (س ل ص) = ٤٥^\circ \text{ وهما في وضع تبادل}$$

$$\therefore \text{ص ع} \parallel \text{ل س} \quad (٢)$$

من (١)، (٢) ينتج أن س ص ع ل متوازي أضلاع لأنه شكل رباعي فيه كل ضلعان متقابلان متوازيان (٣)

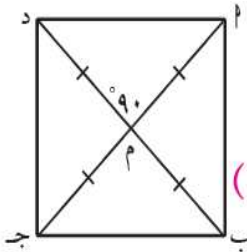
Δ س ص ع فيه :

$$\angle (ص م ع) = ١٨٠^\circ - (\angle ٤٥^\circ + \angle ٤٥^\circ) = ٩٠^\circ$$

$$\therefore \text{س ع} \perp \text{ل ص} \quad (٤)$$

$$\therefore \text{ص م} = \text{ل م} \quad (٥)$$

من (٣)، (٤)، (٥) س ص ع ل مربع لأنه متوازي أضلاع فيه القطران متطابقان ومتعامدان .



مستعيناً بالمعطيات على الرسم أثبت أن الشكل مربع .

$$\therefore \overline{أ م} = \overline{ج م} ، \overline{ب م} = \overline{د م} \quad (\text{معطى})$$

$\therefore \overline{أ ب ج د}$ متوازي أضلاع لأن القطران ينصف كل منهما الآخر (١)

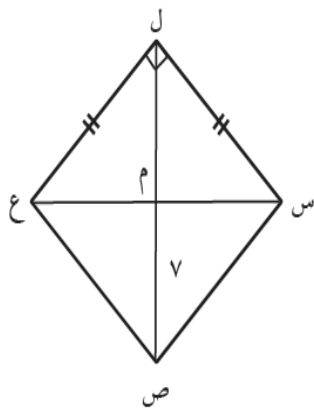
$$\therefore \angle (أ م د) = ٩٠^\circ \quad (\text{معطى})$$

$$\therefore \overline{أج} \perp \overline{ب د} \quad (٢) \quad (\text{القطران متعامدان})$$

$$\therefore \overline{أ م} = \overline{ج م} = \overline{ب م} = \overline{د م} \quad (\text{معطى})$$

$$\therefore \overline{أج} = \overline{ب د} \quad (٣) \quad (\text{القطران متطابقان})$$

من (١)، (٢)، (٣) ينتج أن $\overline{أ ب ج د}$ مربع لأنه متوازي أضلاع فيه القطران متطابقان ومتعامدان

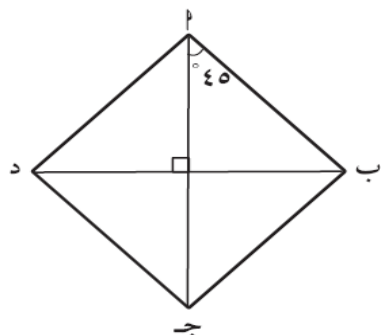


في الشكل المقابل ل س ص ع مربع فيه : ل م = ٣ ب + ٤ ،
ع م = ٢ ج - ١ ، م ص = ٧ . أوجد قيمة كلٍّ من ب ، ج .

$$\text{ب} + ٤ = ٧ ، \text{ب} = ٣$$

$$\text{ج} - ١ = ٢ ، \text{ج} = ٣$$

لأن الأقطار متطابقة وينصف كل منهما الآخر في المربع



١ ب ج د معين فيه $\angle \text{ب ا ج} = ٤٥^\circ$ ،

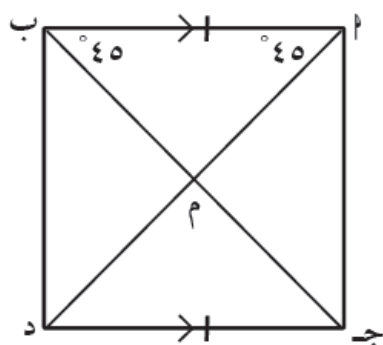
أثبت أن : الشكل ١ ب ج د مربع .

∴ ١ ب ج د معين

∴ ١ ج د ينصف الزاوية د ا ب

$$\therefore \angle \text{د ا ب} = ٩٠^\circ$$

∴ ١ ب ج د مربع



أثبت أن : الشكل ١ ب د ج مربع .

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{١ ب} = \text{ج د} \\ \text{١ ب} \parallel \text{ج د} \end{array} \right. \text{ضلعان متقابلان متوازيان}$$

∴ الشكل ١ ب د ج متوازي أضلاع ← (١)

في $\Delta \text{م ا ب}$:

$$\therefore \angle \text{م ا ب} = \angle \text{م ب ا} = ٤٥^\circ \text{ (مثلث متطابق الضلعين)}$$

$$\therefore \angle \text{ا ب م} = ١٨٠^\circ - (٤٥^\circ + ٤٥^\circ) = ٩٠^\circ$$

$$\therefore \text{م ا} \perp \text{ب م} \Leftarrow \text{ا د} \perp \text{ب ج} \text{ (القطران متعامدان)} \leftarrow (٢)$$

∴ $\Delta \text{م ا ب}$ متطابق الضلعين

$$\therefore \text{م ا} = \text{ب م} \text{ ، } \text{١ ب} = \text{ب ج} \text{ (القطران متطابقان)} \leftarrow (٣)$$

من (١)، (٢)، (٣) ∴ الشكل ١ ب د ج مربع .