ثانوية سلمان الفارسي

قسم الرياضيات

الصف الثاني عشر علمي

الفصل الدراسى الاول

الوحدة الثالثة (التطبيقات)

نسخة غير محلولة

M.ATA

مخطط ذهني لتطبيقات علي لاشتقاق

1 أوجد النقاط الحرجة للدالة المتصلة

- دالة كثيرة حدود
- دالة ذات فرعين — معلق
- دالة مطلق — معلق

2 اوجد القيم القصوي المطلقة علي فترة مغلقة [a,b]

3 اوجد قيم الثابتين a,b — معلق

4 نظرية القيمة المتوسطة — معلق

5 اوجد

- النقاط الحرجة
- فترات التزايد والتناقص
- القيم القصوي المحلية
- فترات التقعر
- نقاط الانعطاف

- لدالة كثيرة حدود
- لدالة كسرية — معلق

6 ادرس تغير الدالة f وارسم بيانها

7 تطبيقات علي القيم القصوي

(1 ـ 3) النقاط الحرجة

Senior
2022
المستقبل
لك
ان شاء
الله

Critical Point **تعريف (3): النقطة الحرجة**

النقطة الداخلية للدالة f $(c\,,f(c))$ تسمى نقطة حرجة عندما $f'(c)=0$ أو $f'(c)$ غير موجودة.

ملاحظة: يسمى العدد c العدد الحرج.

مثال (2)

أوجد النقاط الحرجة لكلّ من الدوال المتصلة التالية:

a $g(x)=x^3-3x^2+5$

كن ايجابيا ولا تنظر خلفك

حاول أن تحل

2 أوجد النقاط الحرجة لكل من الدوال المتصلة التالية:

a $f(x) = x^4 - 4x^3 - 8x^2 + 10$

احد اسرار النجاح في الصبر والمثابره

(1 – 3) القيم القصوى المطلقة

نظرية (1): نظرية القيمة القصوى

إذا كانت f دالّة متصلة على فترة مغلقة $[a , b]$ فإن f تكون لها قيمة عظمى مطلقة وقيمة صغرى مطلقة على هذه الفترة.

مثال (3)

أوجد القيم القصوى المطلقة للدالّة المتصلة f : $f(x) = x^3 - 3x + 1$ في الفترة $[0, 3]$.

هل اديت فروضك ؟؟

حاول أن تحل

3 أوجد القيم القصوى المطلقة للدالّة f : $f(x) = x^3 - 3x + 1$ في الفترة $[-2, 1]$.

بالسؤال يتعلم الانسان

مثال (4)

أوجد القيم العظمى والصغرى المطلقة للدالة المتصلة f : $f(x)=x^{\frac{2}{3}}$ في الفترة $[-2,3]$

اذهب وقبل يدي والديك واشكرهم
او ادعى لهما بالمغفرة والرحمة

حاول أن تحل

4 أوجد القيم العظمى والصغرى المطلقة للدالة: $f(x) = \frac{1}{x^2}$ في الفترة $[1, 3]$

تستيطيع ان تفعلها مهما كانت

(1 ـ 3) القيم القصوى المحلية

نظرية (2): القيم القصوى المحليّة (Fermat's Theorem)

إذا كانت للدالّة f قيمة قصوى (عظمى أو صغرى) محليّة عند $x = c$ فإنّ $(c\ ,\ f(c))$ نقطة حرجة.

إذا كانت $(c\ ,\ f(c))$ نقطة حرجة للدالة f فليس بالضرورة أن تكون $f(c)$ قيمة قصوى محلية

مثال (5)

لتكن f ... $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 5\ ,\ a\ ,\ b \in$

معلق

وكان ل... صوى محلية عند كلّ من: $x = 1\ ,\ x = \frac{1}{3}$

أوجد قيمة كل من الثابتين $a\ ,\ b$

الفرق بين الاغبياء والاذكياء،الاغبياء يملكون حلما ، الاذكياء يملكون هدفا

(2 – 3) تزايد وتناقص الدوال

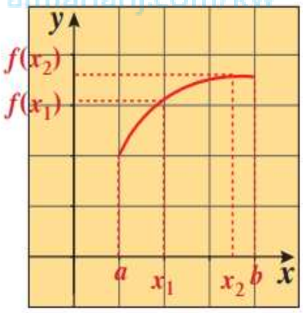
تزايد وتناقص الدوال Increasing and Decreasing Functions

تعريف (4): تزايد وتناقص الدوال

لتكن f دالّة معرّفة على الفترة I . نقول إن:

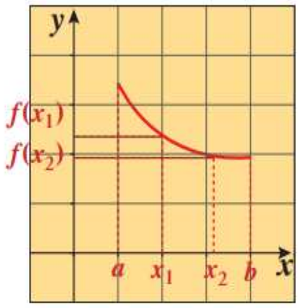
1. f دالّة متزايدة على I إذا كان: $x_1 < x_2 \Longrightarrow f(x_1) < f(x_2) \quad , \quad \forall x_1 , x_2 \in I$
2. f دالّة متناقصة على I إذا كان: $x_1 < x_2 \Longrightarrow f(x_1) > f(x_2) \quad , \quad \forall x_1 , x_2 \in I$

ملاحظة: تكون الدالة f ثابتة على الفترة I عندما: $\forall x_1 , x_2 \in I , f(x_1) = f(x_2)$



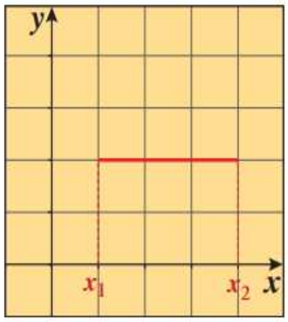
شكل (7)

دالة متزايدة



شكل (8)

دالة متناقصة



شكل (9)

دالة ثابتة

الدالّة المطّردة Monotonic Function

الدالّة التي تكون دائمًا متزايدة على فترة أو دائمًا متناقصة على فترة، يقال عنها إنها دالّة مطّردة على هذه الفترة.

نظرية (4): الدوالّ المتزايدة والدوالّ المتناقصة والدوال الثابتة

لتكن f دالّة قابلة للاشتقاق على (a , b).

1. إذا كانت $f'(x) > 0$ عند كلّ x تنتمي إلى الفترة (a , b)، فإنّ f تتزايد على (a , b).
2. إذا كانت $f'(x) < 0$ عند كلّ x تنتمي إلى الفترة (a , b)، فإنّ f تتناقص على (a , b).
3. إذا كانت $f'(x) = 0$ عند كلّ x تنتمي إلى الفترة (a , b)، فإنّ الدالة f ثابتة على (a , b).

كل عسير اذااستعنت بالله فهو يسير

(3 – 3) ربط المشتقة الأولى f' والمشتقة الثانية f'' بمنحنى الدالة f

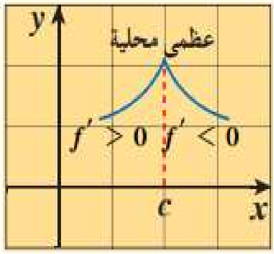
نظريّة (5): اختبار المشتقة الأولى للقيم القصوى المحليّة

لتكن f دالّة متّصلة على مجالها وكانت $(c\,,\,f(c))$ نقطة حرجة.

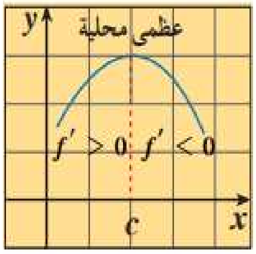
1. إذا كانت إشارة المشتقّة f' تتغيّر من الموجب إلى السالب عند $x = c$ ، فإن f يكون لها قيمة عظمى محلية عند c.
2. إذا تغيرت إشارة f' من السالب إلى الموجب عند $x = c$ ، فإن f يكون لها قيمة صغرى محلّية عند c.
3. إذا لم تتغيّر إشارة f' عند $x = c$ ، فإن f لا يكون لها قيمة قصوى محلّية عند c.

الأشكال التالية توضح بيان دالة f وتوضح نظرية (5) من خلالها.

1

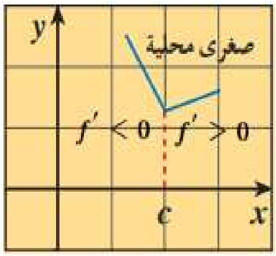


b $f'(c)$ غير موجودة

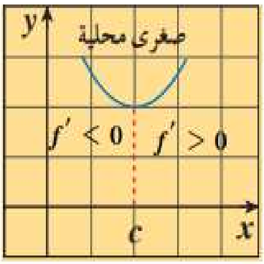


a $f'(c) = 0$

2

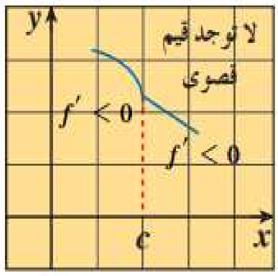


b $f'(c)$ غير موجودة

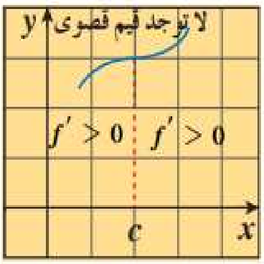


a $f'(c) = 0$

3



b $f'(c)$ غير موجودة



a $f'(c) = 0$

مثال (1)

لتكن الدالّة f : $f(x) = x^3 - 12x - 5$

أوجد كلًّا مما يلي:

a النقاط الحرجة للدالّة.

b الفترات التي تكون الدالّة f متزايدة أو متناقصة عليها.

c القيم القصوى المحليّة.

بدل ان تلعن الظلام اوقد شمعة

حاول أن تحل

1 لتكن الدالة f : $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$. أوجد كلًا مما يلي:

a النقاط الحرجة للدالة.

b الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها.

c القيم القصوى المحلية.

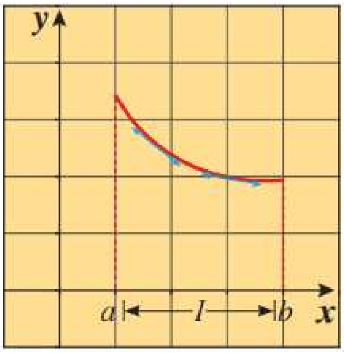
بدل ان تلعن الظلام اوقد شمعة

تعريف (5): التقعّر

إذا وقع منحنى الدالة أعلى جميع مماساته على فترة I فإنه يكون مقعّرًا لأعلى على I .

وإذا وقع منحنى الدالة أسفل جميع مماساته على فترة I فإنه يكون مقعّرًا لأسفل على I .

الشكلان التاليان يوضّحان التقعر:



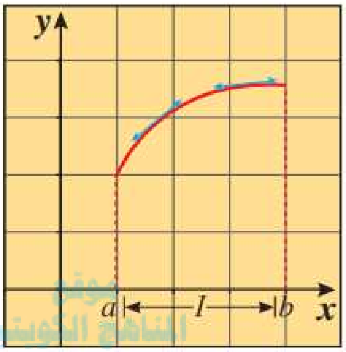
شكل (1)

في الفترة $(a\ ,\ b)$ نلاحظ أن:

جميع نقاط المنحنى (ما عدا نقاط التماس)

تقع أعلى المماسات.

لذلك نقول **المنحنى مقعر لأعلى.**



شكل (2)

في الفترة $(a\ ,\ b)$ نلاحظ أن:

جميع نقاط المنحنى (ما عدا نقاط التماس)

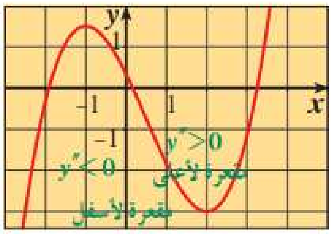
تقع أسفل المماسات.

لذلك نقول **المنحنى مقعر لأسفل.**

اختبار التقعّر

a إذا كانت $\forall x \in I \quad , \quad f''(x) > 0$ فإن منحنى الدالة f مقعّرًا لأعلى على I .

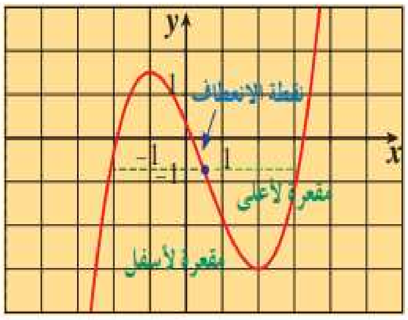
b إذا كانت $\forall x \in I \quad , \quad f''(x) < 0$ فإن منحنى الدالة f مقعّرًا لأسفل على I .



نقطة الانعطاف Point of Inflection

تعريف (6): نقطة الانعطاف

تسمّى النقطة $(c\ ,\ f(c))$ نقطة انعطاف لمنحنى الدالة f إذا كانت f دالّة متّصلة عند c، ومنحنى الدالة f يغيّر تقعّره عند هذه النقطة من أعلى إلى أسفل أو من أسفل إلى أعلى.



إذا كانت $(c\ ,f(c))$ نقطة انعطاف لبيان الدالة f فإن $f''(c) = 0$ أو $f''(c)$ غير موجودة.

مثال (3)

أوجد فترات التقعّر ونقطة الانعطاف لمنحنى الدالة f: $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$

بدل ان تلعن الظلام اوقد شمعة

حاول أن تحل

3 أوجد فترات التقعّر ونقطة الانعطاف لمنحنى الدالة f: $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$

بدل ان تلعن الظلام اوقد شمعة

Second Derivative Test for Local Extrema اختبار المشتقة الثانية للقيم القصوى المحليّة

بدلًا من النظر إلى إشارة التغيّر في y' عند نقاط حرجة، يمكننا أن نستخدم أحيانًا الاختبار الآتي لتحديد وجود قيم قصوى محليّة.

نظرية (6): اختبار المشتقة الثانية للقيم القصوى المحليّة

1 إذا كانت $f'(c) = 0$ ، $f''(c) < 0$ ، فإن f تكون لها قيمة عظمى محليّة عند $x = c$

2 إذا كانت $f'(c) = 0$ ، $f''(c) > 0$ ، فإن f تكون لها قيمة صغرى محليّة عند $x = c$

مثال (4)

أوجد القيم القصوى المحليّة للدالّة: $f(x) = x^3 - 12x - 5$

الحل:

$$f'(x) = 3x^2 - 12$$
$$= 3(x^2 - 4)$$
$$= 3(x-2)(x+2)$$

نضع: $f'(x) = 0$

ومنها $x = -2 \quad , \quad x = 2$

$$f''(x) = 6x$$

باختبار الأعداد الحرجة $x = \pm 2$ ، نجد أن:

$$f''(-2) = -12 \quad , \quad -12 < 0$$

فيكون للدالة f قيمة عظمى محليّة عند $x = -2$ وهي $f(-2) = 11$

$$f''(2) = 12 \quad , \quad 12 > 0$$

فيكون للدالة f قيمة صغرى محليّة عند $x = 2$ وهي $f(2) = -21$

حاول أن تحل

4 استخدم اختبار المشتقة الثانية لتجد القيم القصوى المحلية للدالة f : $f(x) = 4x^3 - 12x^2$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

(4 – 3) رسم بيان الدوال

مثال (1)

ادرس تغير الدالة f : $f(x) = x^3 - 3x + 4$ وارسم بيانها.

النجاح ملك من يدفع ثمنه

العلم هو الخير والجهل هو الشر

حاول أن تحل

1 ادرس تغير الدالة $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$ وارسم بيانها.

النجاح ملك من
يدفع ثمنه

العلم هو الخير والجهل هو الشر

مثال (2)

ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 1 - x^3$ وارسم بيانها.

من لم يتعلم في صغره لن يتقدم في كبره

الصعب ليس في الوصول الي القمة الصعب في الحفاظ عليها

حاول أن تحل

2 ادرس تغير الدالة f : $f(x) = x - 2x^3$ وارسم بيانها.

من لم يتعلم في صغره لن يتقدم في كبره

الصعب ليس في الوصول الي القمة الصعب في الحفاظ عليها

(5 ـ 3) تطبيقات على القيم القصوى

مثال (1)

عددان موجبان مجموعهما 100 ومجموع مربعيهما أصغر ما يمكن، ما العددان؟

لا نحقق الاعمال بالامنيات وانما بالارادة نصنع المعجزات

حاول أن تحل

1 أوجد عددين مجموعهما 14 وناتج ضربهما أكبر ما يمكن.

قد تتعثر احيانا
وتسقط احيانا اخري
انهض وواصل الطريق

حاول أن تحل

3 تعطي الدالة $V(h) = 2\pi(-h^3 + 36h)$ حجم أسطوانة بدلالة ارتفاعها h.

a أوجد الارتفاع $h(\text{cm})$ للحصول على أكبر حجم للأسطوانة.

b ما قيمة هذا الحجم؟

الحكمة هي ان تعرف ما الذي يجب ان تفعله

(3) أثبت أنّ من بين المستطيلات التي محيطها 8 m، واحدًا منها يعطي أكبر مساحة ويكون مربعًا.

حقق حلمك وحلم من احبوك

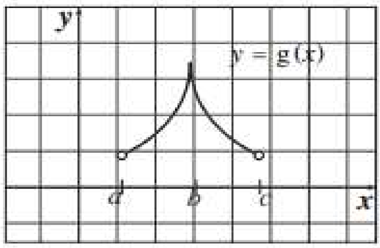
(1 ـ 3) النقاط الحرجة

المجموعة B تمارين موضوعيّة

في التمارين (1—5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت f دالة متصلة على $(a\ ,\ b)$ فإن f لها قيمة عظمى مطلقة وقيمة صغرى مطلقة على هذه الفترة. — (a)

(2) في الشكل التالي، للدالة g قيمة قصوى محليّة عند $x = c$. — (a)



(3) الدالة g ، $g(x) = \sqrt{9 - x^2}$ لها قيمة عظمى في مجالها. — (b)

(4) الدالة f ، $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ لها قيمة عظمى في مجالها. — (a)

(5) معلق $h(x) = |3x$ لها قيمة حرجة عند $x = 5$. — (a)

في التمارين (6—9)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) معلق فإن الدالة y:

(a) لها قيمة عظمى مطلقة فقط.

(b) لها قيمة صغرى مطلقة فقط.

(c) لها قيمة عظمى مطلقة وقيمة صغرى مطلقة.

(d) ليس لها قيمة صغرى مطلقة وليس لها قيمة عظمى مطلقة.

(7) عدد النقاط الحرجة للدالة: $y = 3x^3 - 9x - 4$ على الفترة $(0\ ,\ 2)$ هو:

(a) 3   (b) 2   (c) 1   (d) 0

(8) معلق $k(x) = |x^2$ لها:

(a) قيمة عظمى مطلقة   (b) قيمة صغرى مطلقة

(c) نقطتان حرجتان فقط   (d) ليس أيّ مما سبق

(9) إذا كانت $f(x) = ax^2 - 25x$ لها قيمة قصوى محلية عند $x = \frac{5}{2}$، فإنّ a تساوي:

(a) 2   (b) 3   (c) 4   (d) 5

في التمارين (12—10)، لديك قائمتان. اختر من القائمة (2) ما يناسب كل عبارة في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.

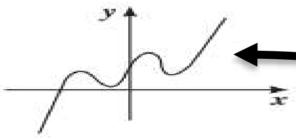
القائمة (1)

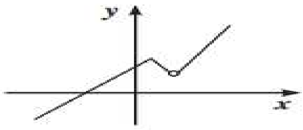
(10) لها قيمة عظمى مطلقة.

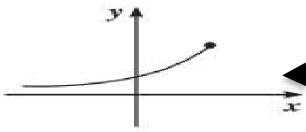
(11) لها أكثر من قيمة قصوى محلية.

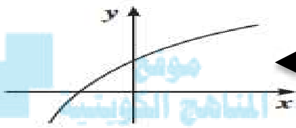
(12) ليس لها قيم قصوى محلية أو مطلقة

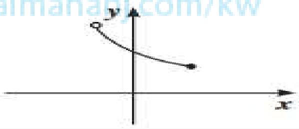
القائمة (2)

a


b


c


d


e


في التمارين (16—13)، اختر لكل جدول من القائمة (1) الرسم البياني الذي يناسبه في القائمة (2).

القائمة (1)

(13)

x	$f'(x)$
a	0
b	0
c	أكبر من الصفر

(14)

x	$f'(x)$
a	0
b	0
c	أصغر من الصفر

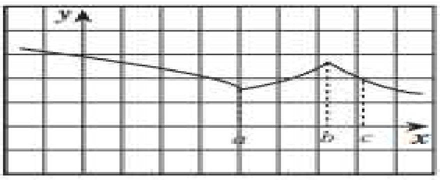
(15)

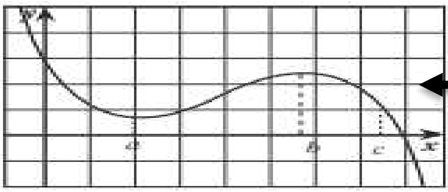
x	$f'(x)$
a	(غير موجودة)
b	0
c	أصغر من الصفر

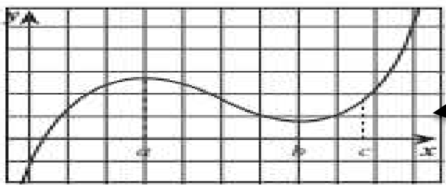
(16)

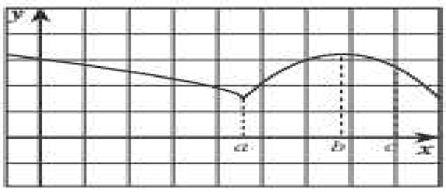
x	$f'(x)$
a	(غير موجودة)
b	(غير موجودة)
c	أصغر من الصفر

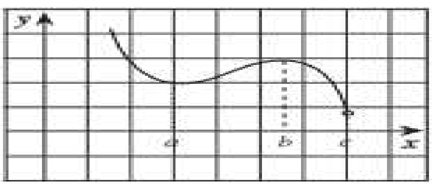
القائمة (2)

a


b


c


d


e


(2 – 3) تزايد وتناقص الدوال

المجموعة B تمارين موضوعيّة

في التمارين (1–4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) الدالة g: $g(x) = x^2 - x - 3$ متزايدة على $\left(-\infty , \frac{1}{2}\right)$ — (a)

(2) الدالة f: $f(x) = x^4 - 10x^2 + 9$ متناقصة على كل من الفترة $(-\infty , -\sqrt{5})$ والفترة $(\sqrt{5} , \infty)$ — (a)

(3) معلق $f($ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على $[0, 1]$ — (b)

(4) الدالة f: $f(x) = x^3 + 1$ مطّردة على $\mathbb{R}$. — (b)

في التمارين (5–8)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) معلق $k(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$

(a) متزايدة على كل فترة من مجال تعريفها.

(b) متناقصة على كل فترة من مجال تعريفها.

(c) متناقصة على الفترة $(-\infty , -2)$ والفترة $(-2 , 2)$ ومتزايدة على الفترة $(2 , \infty)$

(d) ليس أيّ مما سبق.

(6) معلق $R(x)$

(a) ... على مجال تعريفها.

(b) متناقصة على مجال تعريفها.

(c) متزايدة على الفترة $(0 , \infty)$ ومتناقصة على الفترة $(-\infty , 0)$

(d) متناقصة على الفترة $(0 , \infty)$ ومتزايدة على الفترة $(-\infty , 0)$

(7) إذا كانت f'، $f'(x) = -x^2$، فإنّ الدالة f:

(a) متزايدة على مجال تعريفها.

(b) متناقصة على مجال تعريفها.

(c) متزايدة على الفترة $(-\infty , 0)$ فقط

(d) متناقصة على الفترة $(0 , \infty)$ فقط

(8) إذا كانت f'، $f'(x) = -3x$، فإنّ الدالة f:

(a) متزايدة على الفترة $(0 , \infty)$

(b) متناقصة على الفترة $(-\infty , 0]$

(c) متزايدة على مجال تعريفها.

(d) متزايدة على الفترة $(-\infty , 0)$ ومتناقصة على الفترة $(0 , \infty)$

(3 ـ 3) التزايد والتناقص والقيم القصوى المحلية

المجموعة B تمارين موضوعيّة

في التمارين (1–6)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) الدالة $y = x^3 - 3x^2 + 5$ على الفترة $(0\ ,\ 3)$ مقعّرة لأسفل. (a) (b)

(2) معلق على $(-\infty\ ,\ 0)$ مقعّرة لأعلى. (a) (b)

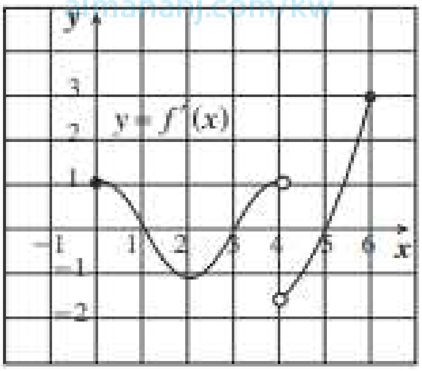
(3) إذا كانت $f''(c) = 0$، فإنّ لمنحنى الدالة f نقطة انعطاف هي $(c\ ,\ f(c))$. (a) (b)

(4) إذا كان لمنحنى الدالة f نقطة انعطاف هي $(c\ ,\ f(c))$ فإن $f''(c) = 0$. (a) (b)

(5) يمكن أن تكون النقطة الحرجة نقطة انعطاف. (a) (b)

(6) منحنى الدالة $y = -3x^8$ مقعّرة للأعلى. (a) (b)

في التمارين (7–12)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.



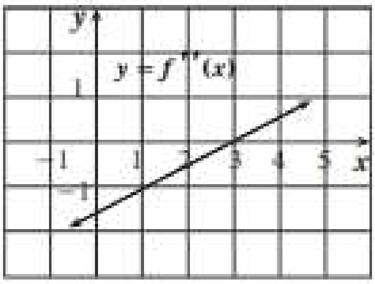
(7) معلق المقابل يمثل بيان دالة المشتقة (f') فإن

(a) متزايدة على كل من $(4\ ,\ 5)$ ، $(1\ ,\ 3)$.

(b) متناقصة على كل من $(4\ ,\ 5)$ ، $(1\ ,\ 3)$.

(c) لها قيمة صغرى محلية عند $x = 3$ فقط.

(d) لها نقطة انعطاف عند كل من $x = 2$, $x = 4$.



(8) إذا كا معلق كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل يوضح بيان معلق فإنّ منحنى f مقعرًا للأسفل في الفترة:

(a) $(-\infty\ ,\ 3)$ (b) $(3\ ,\ \infty)$

(c) $(-1\ ,\ 4]$ (d) $(3\ ,\ 5)$

(9) أي من منحنيات الدوال التالية يكون مقعرًا لأسفل في $(-1\ ,\ 1)$:

(a) $f(x) = x^2$ (b) $f(x) = x|x|$ (c) $f(x) = -x^3$ (d) $f(x) = -x^2$

(10) إذا كانت f دالة كثيرة حدود، $(c\ ,\ f(c))$ نقطة انعطاف لها فإن:

(a) $f''(c) = 0$ (b) $f'(c) = 0$ (c) $f(c) = 0$ (d) $f''(c)$ غير موجودة

(11) أي من الدوال التالية ليس لها نقطة انعطاف:

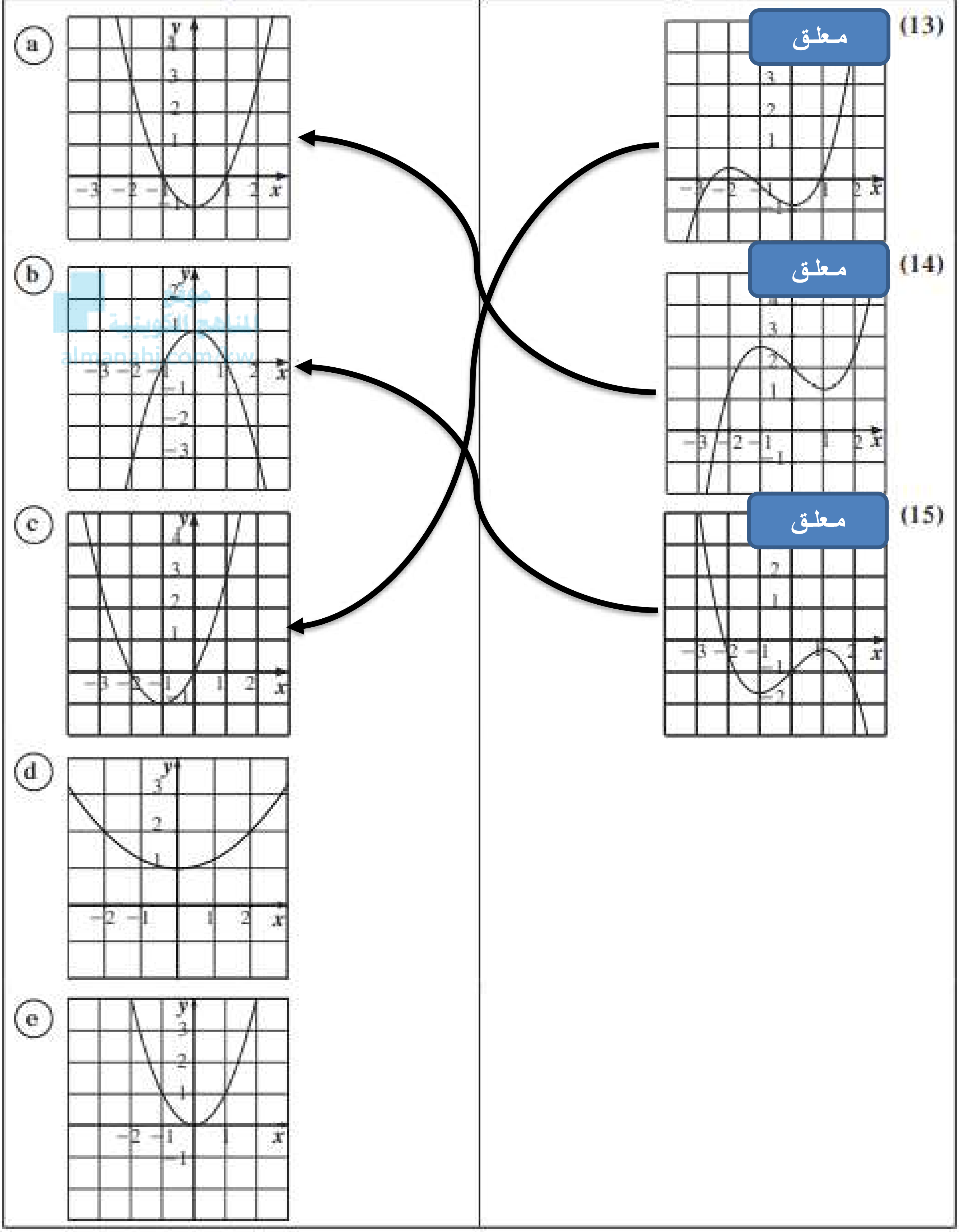
(a) $f(x) = x^3 + 5x$ (b) $f(x) = 4x^2 - 2x^4$ (c) $f(x) = x^3$ (d) $f(x) = (x-2)^4$

(12) للدالة f ، $f(x) = (x^2 - 3)^2$ نقاط انعطاف عددها:

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

في التمارين (13–15)، لديك قائمتان. اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.
المنحنيات في التمارين (13), (14), (15) تمثل الدوال والمنحنيات a, b, c, d, e تمثل دوال المشتقة.

القائمة (1) منحنى الدالة	القائمة (2) منحنى دالة المشتقة

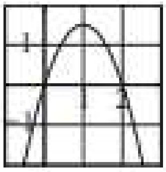


(4 – 3) رسم بيان الدوال

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

لتكن f: $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 2$ و (C) منحناها.



(1) يمر المنحنى (C) بنقطة الأصل. (a) (b)

(2) الشكل المجاور يمثّل منحنى الدالة f'. (a) (b)

(3) المماس عند النقطة التي إحداثيها السيني يساوي 2 موازٍ لمحور السينات. (a) (b)

(4) 4 هي قيمة عظمى محلية. (a) (b)

(5) المنحنى (C) مقعر لأعلى على الفترة $(-\infty , 1)$. (a) (b)

في التمارين (6–11)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

في التمارين (6–8)، الدالة f دالة كثيرة حدود جدول تغيرها.

x	$-\infty$	-1	5	∞
$f(x)$	$\infty \searrow$	$-5 \nearrow$	$3 \searrow$	$-\infty$

(6) العبارة الصحيحة فيما يلي هي:

(a) $f(-2) > f(0)$ (b) $f(0) < f(6)$

(c) $f(-9) > f(-2)$ (d) $f(-1) > f(8)$

(7) للمعادلة $f(x) = 0$:

(a) حل واحد (b) حلّان

(c) ثلاثة حلول (d) لا حل لها

(8) جدول تغير الدالة f يوضّح أن:

(a) -5 قيمة صغرى مطلقة.

(b) 3 قيمة عظمى مطلقة.

(c) -5 قيمة صغرى محلية، 3 قيمة عظمى محلية.

(d) -1 قيمة صغرى محلية، 5 قيمة عظمى محلية.

(9) لتكن الدالة f: $f(x) = -x^2 + 7x + 1$

(a) لمنحنى f قيمة عظمى محلية.

(b) لمنحنى f نقطة انعطاف.

(c) منحنى f مقعر لأعلى.

(d) لمنحنى f قيمة صغرى محلية.

(10) لتكن f، $a \neq 0$، $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. لمنحنى f دائمًا:

(a) قيمة عظمى محلية وقيمة صغرى محلية.

نقطة انعطاف.

(c) تقعّر لأسفل ثم تقعّر لأعلى.

(d) لا تمر بنقطة الأصل.

(11) معلق حدود من الدرجة الرابعة.

(a) لمنحنى f دائمًا نقطتي انعطاف.

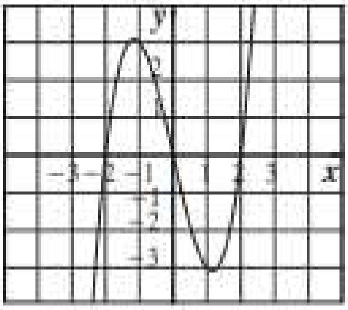
(b) لمنحنى f أكثر من قيمة عظمى محلية.

(c) منحنى f يقطع دائمًا محور السينات.

قد لا يكون لمنحنى f قيمة صغرى محلية.

في التمارين (12–14)، لديك قائمتان. اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.

الشكل المقابل يمثّل بيان الدالة f.



القائمة (1)	القائمة (2)
(12) معلق	(a) $(-\infty , 0)$
(13) معلق	(b) $(-\infty , -1)$ ، $(1 , \infty)$
(14) معلق	(c) $-2 , 0 , 2$
	(d) $-1 , 1$
	(e) $(0 , \infty)$

(5 ـ 3) تطبيقات على القيم القصوى

المجموعة B تمارين موضوعيّة

في التمرينين (1—2)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) أصغر محيط ممكن لمستطيل مساحته $16\ cm^2$ هو $16\ cm$ (b)

(2) معلق مستطيل قاعدته على محور السينات ورأساه العلويّان على القطع المكافئ الذي معادلته $y = 12 - x^2$، هي $24\ units^2$ (a)

في التمارين (3—6)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(3) مستطيل مساحته $36\ cm^2$ فإن أبعاده التي تعطي أصغر محيط هي:

(a) $9\ cm$, $4\ cm$ (b) $12\ cm$, $3\ cm$

(c) $6\ cm$, $6\ cm$ (d) $18\ cm$, $2\ cm$

(4) معلق لمستطيل قاعدته على محور السينات ورأساه العلويّان على القطع المكافئ $y = 4 - x^2$

(a) $8 , \frac{4\sqrt{3}}{3}$ (b) $\frac{8}{3} , \sqrt{3}$

(c) $4 , 4$ (d) $\frac{4\sqrt{3}}{3} , \frac{8}{3}$

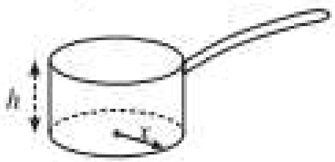
(5) معلق صنع صندوق على هيئة شبه مكعب بدون غطاء من قطعة ورق مقوى مستطيلة أبعادها وذلك بقطع 4 مربعات متطابقة عند الرؤوس، ثمّ طيّ الأجزاء البارزة.

أبعاد الصندوق الذي له أكبر حجم يمكن صنعه على أساسها هي:

(a) $2\ cm, 6\ cm, 12\ cm$ (b) $3\ cm, 4\ cm, 12\ cm$

(c) $2\ cm, 8\ cm, 12\ cm$ (d) $3\ cm, 6\ cm, 8\ cm$

(6) معلق الكلية لوعاء أسطواني الشكل بالمعادلة $s = \pi x^2 + \frac{2v}{x}$، حيث x طول نصف قطر قاعدته $(V = \pi x^2 h$:



إذا كان حجم الوعاء ثابتًا فإن القيمة الدنيا لمساحته هي عندما:

(a) $x > h$ (b) $x = h$ (c) $x < h$ (d) ليس أيّ مما سبق

بالتوفيق ان شاء الله