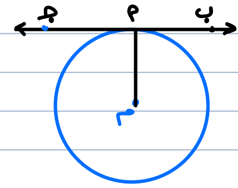
Mr. Shokry

هندسة الدائرة

ملخص قوانين عاشر

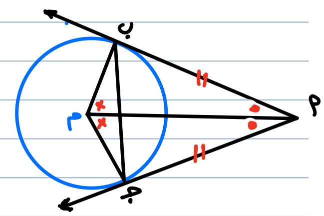
١٢ شكري للجميع
سر التفوق



المماس عمودي على نصف قطر التماس (نظرية)

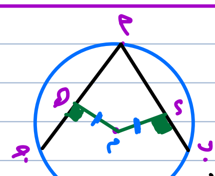
∵ $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ مماس ، $\overline{\text{م أ}}$ نصف قطر التماس

∴ $\overline{\text{ب جـ}} \perp \overline{\text{م أ}}$ ⇐ ق (م أ̂ ب) = ٩٠°



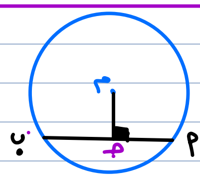
$\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$ مماسان للدائرة من نقطة أ خارجها

- أ ب = أ جـ (نظرية)
- $\overline{\text{أ م}}$ ينصف كلاً من (أ̂) ، (ب م̂ جـ) (نتيجة)
- △ أ ب جـ متطابق الضلعين (أ ب = أ جـ) ⇐ ق(أ ب̂ جـ) = ق(أ جـ̂ ب)
- $\overline{\text{أ م}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$



∵ $\overline{\text{أ ب}}$ = $\overline{\text{أ جـ}}$ أوتار متساوية

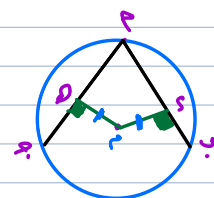
∴ م ء = م هـ أبعاد متساوية



∵ $\overline{\text{م جـ}} \perp \overline{\text{أ ب}}$

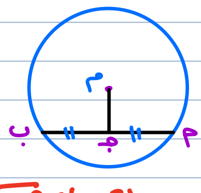
∴ جـ منتصف $\overline{\text{أ ب}}$

أ جـ = جـ ب



∵ م ء = م هـ أبعاد متساوية

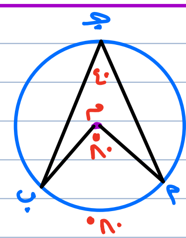
∴ $\overline{\text{أ ب}}$ = $\overline{\text{أ جـ}}$ أوتار متساوية



∵ جـ منتصف $\overline{\text{أ ب}}$

أ جـ = جـ ب

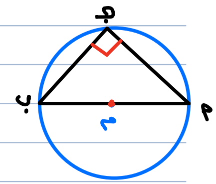
∴ $\overline{\text{م جـ}} \perp \overline{\text{أ ب}}$



قياس الزاوية المركزية = قياس القوس المحصور بين ضلعيها

قياس الزاوية المحيطية = $\frac{1}{2}$ قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في نفس القوس

قياس الزاوية المحيطية = $\frac{1}{2}$ قياس القوس المحصور بين ضلعيها

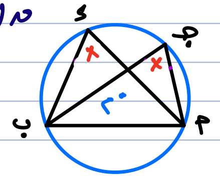


أب قطر في الدائرة

∵ أب قطر في الدائرة

∴ ق(جـ) = ٩٠°

جـ محيطية مرسومة في نصف دائرة

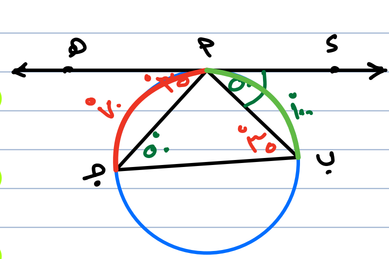


ق(جـ) = ق(د) زوايا محيطية

مشتركين في أب

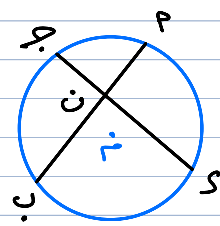
∴ ق(جـ) = ق(د)

الزوايا المحيطية المرسومة على نفس القوس متساوية في القياس



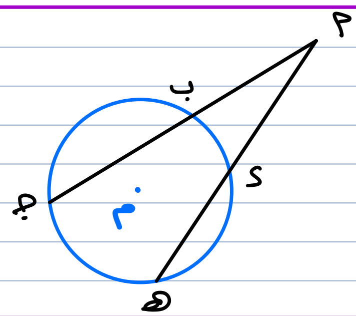
دهـ مماس للدائرة عند أ

- ق(د أ ب) المماسية = ق(جـ) المحيطية (نظرية)
- ق(هـ أ جـ) المماسية = ق(ب) المحيطية (نظرية)
- ق(د أ ب) المماسية = $\frac{1}{2}$ ق(أب⌒)
- ق(هـ أ جـ) المماسية = $\frac{1}{2}$ ق(أجـ⌒)



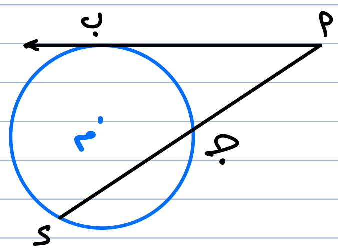
تقاطع وترين داخل دائرة

أ ن × ن ب = جـ ن × ن د



تقاطع وترين خارج دائرة

أب × أجـ = أد × أهـ



تقاطع وتر مع مماس خارج الدائرة

(أب)^2 = أجـ × أد

المصفوفات

تساوي مصفوفتين

أ = ب ⇐ لهم نفس الرتبة ، العناصر المتناظرة متساوية

ضرب مصفوفتين

$\underset{\text{م} \times \text{ن}}{\text{أ}} \times \underset{\text{ن} \times \text{هـ}}{\text{ب}} = \underset{\text{م} \times \text{هـ}}{\text{جـ}}$

متساويين

أ × ب ≠ ب × أ

- $\text{أ} = \begin{bmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{جـ} & \text{د} \end{bmatrix}$ مصفوفة منفردة ⇐ |أ| = صفر يعني (أ × د) − (ب × جـ) = صفر

- أ نظير ضربي لـ ب إذا كان أ × ب = و ، $\text{و} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ مصفوفة الوحدة

- إذا كان $\text{أ} = \begin{bmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{جـ} & \text{د} \end{bmatrix}$ فإن $\text{أ}^{-1} = \frac{1}{|\text{أ}|} \times \begin{bmatrix} \text{د} & -\text{ب} \\ -\text{جـ} & \text{أ} \end{bmatrix}$

طريقة كرامر

1. نوجد Δ محدد المعاملات
2. نوجد $\Delta_{\text{س}}$ نستبدل قيم معاملات س بالثوابت في محدد Δ
3. نوجد $\Delta_{\text{ص}}$ نستبدل قيم معاملات ص بالثوابت في محدد Δ
4. $\text{س} = \frac{\Delta_{\text{س}}}{\Delta}$ ، $\text{ص} = \frac{\Delta_{\text{ص}}}{\Delta}$

طريقة النظير الضربي

1. نكتب النظام في شكل معادلة مصفوفية $\underbrace{\begin{bmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{جـ} & \text{د} \end{bmatrix}}_{\text{معاملات}} \times \underbrace{\begin{bmatrix} \text{س} \\ \text{ص} \end{bmatrix}}_{\text{رموز}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \text{هـ} \\ \text{و} \end{bmatrix}}_{\text{ثوابت}}$
2. نوجد النظير الضربي للمصفوفة $\begin{bmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{جـ} & \text{د} \end{bmatrix}$ وليكن م^{-1}
3. $\begin{bmatrix} \text{س} \\ \text{ص} \end{bmatrix} = \text{م}^{-1} \times \begin{bmatrix} \text{هـ} \\ \text{و} \end{bmatrix}$

تبسيط الدوال المثلثية

① إشارة الزاوية $-\theta$

جتا$(-\theta)$ ← جتاθ

جا$(-\theta)$ ← $-$ جاθ

ظا$(-\theta)$ ← $-$ ظاθ

② إشارة الربع

الربع: ① الكل $+$ ، ② جاθ $+$ ، ③ ظاθ $+$ ، ④ جتاθ $+$

③ ع$(\frac{\pi}{2} \pm \theta)$

نحذف ت: جتا$(\frac{\pi}{2}+\theta)$ ← $-$جاθ

نضع ت: جا$(\frac{\pi}{2}-\theta)$ ← جتاθ

مع مراعاة إشارة الربع

حل المعادلات المثلثية

جتاθ: $+$ ← ① ، ④

جاθ: $+$ ← ① ، ②

ظاθ: $+$ ← ① ، ③

الحل على الصورة:

① س = $\theta + 2ك\pi$

② س = $(\pi - \theta) + 2ك\pi$

③ س = $(\pi + \theta) + 2ك\pi$

④ س = $-\theta + 2ك\pi$

سؤال بدون استخدام الحاسبة

جتا$\theta = \pm\sqrt{1 - \text{جا}^2\theta}$

جا$\theta = \pm\sqrt{1 - \text{جتا}^2\theta}$

قا$\theta = \pm\sqrt{1 + \text{ظا}^2\theta}$ ← جتا$\theta = \frac{1}{\text{قا}\theta}$

قتا$\theta = \pm\sqrt{1 + \text{ظتا}^2\theta}$ ← جا$\theta = \frac{1}{\text{قتا}\theta}$

ظا$\theta = \frac{\text{جا}\theta}{\text{جتا}\theta}$ ، ظتا$\theta = \frac{\text{جتا}\theta}{\text{جا}\theta}$

Mr. Shokry

تقسيم قطعة مستقيمة من الداخل

أ ($س_1$ ، $ص_1$)   ب ($س_2$ ، $ص_2$)

م + ن

اذا كانت أ ب قطعة مستقيمة بحيث أ ($س_1$ ، $ص_1$) ، ب ($س_2$ ، $ص_2$) ويراد تقسيمها من جهة أ بنسبة م : ن من الداخل وكانت نقطة التقسيم جـ (س ، ص) فإن

$$جـ \left(\frac{م\, س_2 + ن\, س_1}{م + ن} ، \frac{م\, ص_2 + ن\, ص_1}{م + ن} \right)$$

إيجاد معادلة مستقيم

يلزم

نقطة ($س_1$ ، $ص_1$)   الميل ؟

① يمر بنقطتيه ($س_1$ ، $ص_1$) ، ($س_2$ ، $ص_2$)   الميل م = $\frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

② المستقيم على الصورة ص = أ س + ب   الميل م = أ

③ المستقيم على الصورة أ س + ب ص + جـ = ٠   الميل م = $\frac{-ب}{أ}$

④ المستقيم يصنع زاوية θ مع الاتجاه الموجب لمحور س   الميل م = ظا θ

معادلة المستقيم هي $ص - ص_1 = م (س - س_1)$

خلي بالك

- إذا كان ميل المستقيم $\overleftrightarrow{ل}$ = $\frac{٣}{٤}$ مثلاً فإن
  - ميل $\overleftrightarrow{أ}$ الموازى = $\frac{٣}{٤}$
  - ميل $\overleftrightarrow{هـ}$ العمودى = $\frac{-٤}{٣}$
- ميل محور السينات = صفر ، ميل أى مستقيم أفقى (موازى لمحور السينات) = صفر
- ميل محور الصادات (أى مستقيم رأسى) غير معرف

البعد (طول العمود) من نقطة إلى مستقيم

البعد (طول العمود) من النقطة هـ إلى المستقيم $\overleftrightarrow{\text{ل}}$

$$\text{ف} = \frac{|\text{أ}\,\text{س} + \text{ب}\,\text{ص} + \text{جـ}|}{\sqrt{\text{أ}^2 + \text{ب}^2}}$$

معادلة الدائرة

الصورة العامة

$\text{س}^2 + \text{ص}^2 + \text{ل}\,\text{س} + \text{ك}\,\text{ص} + \text{ي} = 0$

- المركز $\left(\frac{-\text{ل}}{2} ، \frac{-\text{ك}}{2}\right)$
- نق $= \frac{1}{2}\sqrt{\text{ل}^2 + \text{ك}^2 - 4\,\text{ي}}$

بشرط أن $\text{ل}^2 + \text{ك}^2 - 4\,\text{ي} > 0$

الصورة القياسية يلزم

المركز (د ، هـ) ، نصف القطر نق

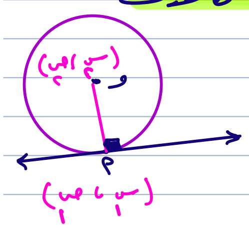
المعادلة هي $(\text{س} - \text{د})^2 + (\text{ص} - \text{هـ})^2 = \text{نق}^2$

معادلة مماس الدائرة

يلزم

نقطة (نقطة التماس) أ $(\text{س}_1 ، \text{ص}_1)$

الميل (ميل المماس) نوجده كالآتي



① المركز $(\text{س}_2 ، \text{ص}_2)$

② ميل نصف القطر $= \dfrac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1}$

③ ميل المماس (العمودي) $= \dfrac{-1}{\text{ميل نصف القطر}} = \text{م}$

معادلة المماس هي $\text{ص} - \text{ص}_1 = \text{م}\,(\text{س} - \text{س}_1)$

الإحصاء والإحتمال

التباين $\text{ع}^2 = \dfrac{\sum(\text{س} - \bar{\text{س}})^2}{\text{ن}}$

الإنحراف المعياري $\text{ع} = \sqrt{\text{ع}^2}$

س هي القيم

$\bar{\text{س}}$ المتوسط الحسابي $= \dfrac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددهم}}$

ن عدد القيم

$(\text{س} - \bar{\text{س}})$ إنحراف القيم عن المتوسط الحسابي

$(\text{س} - \bar{\text{س}})^2$ مربع إنحراف القيم عن متوسط الحسابي

التباديل — التوافيق

التباديل: الترتيب مهم

$$\text{ل}^{\text{ن}}_{\text{ر}} = \frac{\text{ن}!}{(\text{ن} - \text{ر})!}$$

التوافيق: الترتيب غير مهم

$$\binom{\text{ن}}{\text{ر}} = \text{ق}^{\text{ن}}_{\text{ر}} = \frac{\text{ل}^{\text{ن}}_{\text{ر}}}{\text{ر}!} = \frac{\text{ن}!}{(\text{ن} - \text{ر})! \cdot \text{ر}!}$$

الإحتمال

- $\text{ل}(\text{أ}) = \dfrac{\text{ن}(\text{أ})}{\text{ن}(\text{ف})}$
- $\text{ل}(\text{أ} \cup \text{ب}) = \text{ل}(\text{أ}) + \text{ل}(\text{ب}) - \text{ل}(\text{أ} \cap \text{ب})$
- $\text{ل}(\text{أ} \cap \text{ب}) = \text{ل}(\text{أ}) + \text{ل}(\text{ب}) - \text{ل}(\text{أ} \cup \text{ب})$
- $\text{ل}(\bar{\text{أ}}) = 1 - \text{ل}(\text{أ})$
- $\text{ل}(\text{أ}) = 1 - \text{ل}(\bar{\text{أ}})$
- $\text{ل}(\text{أ}/\text{ب}) = \dfrac{\text{ل}(\text{أ} \cap \text{ب})}{\text{ل}(\text{ب})}$
- $\text{ل}(\text{ب}/\text{أ}) = \dfrac{\text{ل}(\text{أ} \cap \text{ب})}{\text{ل}(\text{أ})}$
- $\text{ل}(\overline{\text{أ} \cap \text{ب}}) = 1 - \text{ل}(\text{أ} \cap \text{ب})$
- $\text{ل}(\overline{\text{أ} \cup \text{ب}}) = 1 - \text{ل}(\text{أ} \cup \text{ب})$
- أ، ب حدثين متنافيان $\Leftarrow$ $\text{ل}(\text{أ} \cap \text{ب}) =$ صفر
- أ، ب حدثين مستقلان $\Leftarrow$ $\text{ل}(\text{أ} \cap \text{ب}) = \text{ل}(\text{أ}) \times \text{ل}(\text{ب})$