

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الكويتية



الملف أوراق مراجعة الوحدة الثامنة حساب المثلثات مع الإجابة

موقع المناهج ← ملفات الكويت التعليمية ← الصف الحادي عشر العلمي ← رياضيات ← الفصل الثاني

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر العلمي



روابط مواد الصف الحادي عشر العلمي على تلغرام

[الرياضيات](#)

[اللغة الانجليزية](#)

[اللغة العربية](#)

[التربية الاسلامية](#)

المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر العلمي والمادة رياضيات في الفصل الثاني

<a href="#">النموذج الاول 11 علمي (1)</a>	1
<a href="#">هندسة الفضاء بالحلول في مادة الرياضيات</a>	2
<a href="#">مراجعة هامة ومتوقعة في مادة الرياضيات</a>	3
<a href="#">تحميل كتاب الطالب (تمارين) علمي</a>	4
<a href="#">تحميل كتاب الطالب</a>	5

# الوحدة الثامنة

## أوراق العمل

### الوحدة الثامنة

#### حساب المتكاملات

موقع  
المناهج الكويتية  
almanahj.com/kw

الصف الحادي عشر علمي

الفترة الدراسية الثانية

مادة الرياضيات

٢٠٢٣/٢٠٢٢

الإسم :

الإدجابات :-

هالة لبيب

W.R.E

٢٠٢٢ - ٢٠٢٣

H.L.

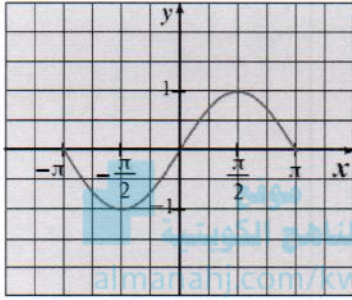


Sine Functions

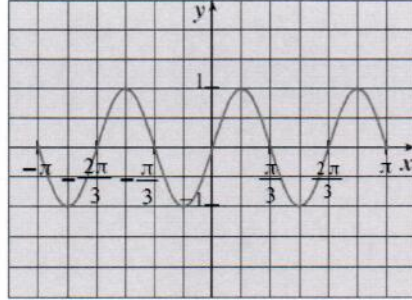
الدوال الجيبية

تسمى الدالة على الصورة  $y = a \sin bx$  دالة الجيب والدالة على الصورة  $y = a \cos bx$  دالة جيب التمام حيث  $a \neq 0, b \neq 0$  وكل منها دالة دورية.

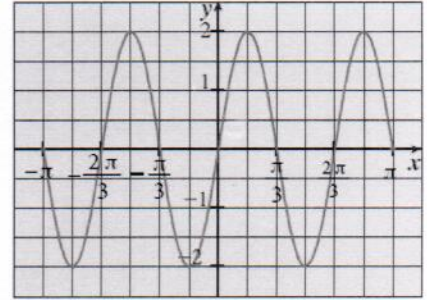
تمثل الأشكال التالية بيانات بعض دوال الجيب:



$y = \sin x$   
شكل (1)



$y = \sin 3x$   
شكل (2)



$y = 2 \sin 3x$   
شكل (3)

- ① تسمى  $|a|$  سعة الدالة الجيبية. ②  $|b|$  تمثل عدد الدورات في الفترة  $[0, 2\pi]$  ③  $\frac{2\pi}{|b|}$  تمثل دورة الدالة.

كتاب الطالب حاول أن تحل صد 46 رقم 1 : أوجد الدورة والسعة لكل دالة مما يلي:

①  $y = a \cos bx$   
②  $y = -2 \cos 5x$

$a = -2, b = 5$

سعة الدالة:  $|a|$

$\therefore |a| = |-2| = 2$

دورة الدالة:  $\frac{2\pi}{|b|}$

$\therefore \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|5|} = \frac{2\pi}{5}$

أوجد الدورة والسعة لكل دالة مما يلي:

①  $y = a \cos bx$   
②  $y = 2 \cos x$

$a = 2, b = 1$

سعة الدالة:  $|a|$

$|a| = |2| = 2$

دورة الدالة:  $\frac{2\pi}{|b|}$

$\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|1|} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$

①  $y = a \cos bx$   
②  $y = \frac{1}{2} \cos(-x)$

$a = \frac{1}{2}, b = -1$

سعة الدالة:  $|a|$

$\therefore |a| = |\frac{1}{2}| = \frac{1}{2}$

دورة الدالة:  $\frac{2\pi}{|b|}$

$\therefore \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|-1|} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$

كتاب الطالب مثال صد 45 رقم 1 :

$y = a \cos bx$

①  $y = -5 \cos \frac{x}{3}$

$a = -5, b = \frac{1}{3}$

سعة الدالة:  $|a|$

$\therefore |a| = |-5| = 5$

دورة الدالة:  $\frac{2\pi}{|b|}$

$\therefore \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|\frac{1}{3}|} = \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = \frac{2\pi}{1} \cdot 3 = 6\pi$

كتاب الطالب حاول أن تحل صد 46 رقم 2 :

H.O.L.

اكتب معادلة الدالة على الصورة  $y = a \cos bx$  إذا كانت:

(b) الدورة هي  $\pi$  ،  $a = 0.25$   
 $\frac{2\pi}{|b|} = \pi$   
 $|b| = 2 \rightarrow b = 2$  أو  $b = -2$   
 $\therefore a = 0.25$

$\therefore$  معادلة الدالة هي :  
 $y = 0.25 \cos 2x$  أو  $y = 0.25 \cos(-2x)$

(c) الدورة هي 2 ،  $a = 1$

$|b| = \pi \rightarrow b = \pi$  أو  $b = -\pi$   
 $\therefore a = 1$

$\therefore$  معادلة الدالة هي :  
 $y = \cos(\pi x)$  أو  $y = \cos(-\pi x)$

كتاب الطالب مثال صد 46 رقم 2 :

اكتب معادلة الدالة على الصورة  $y = a \sin bx$  إذا كانت:

(b) الدورة هي  $2\pi$  ،  $a = -\frac{1}{2}$   
 $\frac{2\pi}{|b|} = 2\pi$   
 $\therefore |b| = 1 \rightarrow b = 1$  أو  $b = -1$   
 $\therefore a = -\frac{1}{2}$

$\therefore$  معادلة الدالة هي :  
 $y = -\frac{1}{2} \sin x$  أو  $y = -\frac{1}{2} \sin(-x)$

(c) الدورة هي 3 ،  $a = 1.5$

$\frac{2\pi}{|b|} = 3$   
 $\therefore |b| = \frac{2\pi}{3} \rightarrow b = \frac{2\pi}{3}$  أو  $b = -\frac{2\pi}{3}$   
 $\therefore a = 1.5$

$\therefore$  معادلة الدالة هي :  
 $y = 1.5 \sin\left(\frac{2\pi}{3}x\right)$  أو  $y = 1.5 \sin\left(-\frac{2\pi}{3}x\right)$

H.O.L.

التمثيل البياني للدوال المثلثية :  
أولا : دالة الجيب

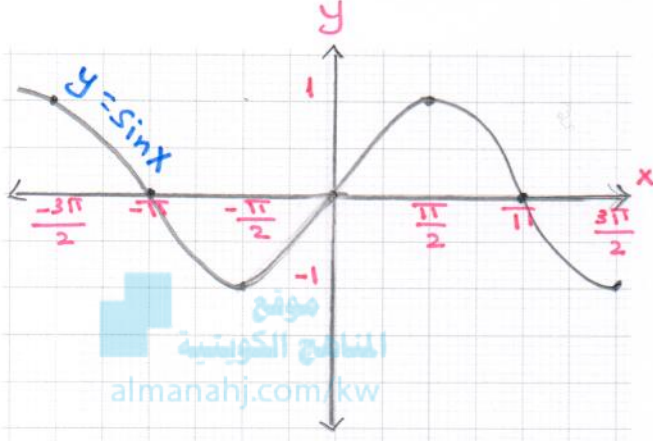
هي دالة مثلثية مجالها  $\mathbb{R}$  ومداها  $[-1, 1]$ ، ودالة الجيب هي دالة دورية ذات دورة  $2\pi$  للحصول على التمثيل البياني لـ  $y = \sin x$  في دورة واحدة، تقسم الدورة الواحدة إلى أرباع، ثم نكوّن الجدول في الفترة  $[0, 2\pi]$  كالتالي:

$$y = \sin x$$

x	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
sinx	0	1	0	-1	0

من بيان دالة الجيب نلاحظ:

- ① لأي عدد صحيح  $n$  فإن  $\sin(n\pi) = 0$
- ② لأي عدد صحيح  $n$  فإن للدالة  $f(x) = \sin x$  قيمة عظمى تساوي (1) عند  $x = \frac{\pi}{2} + 2n\pi$  وقيمة صغرى تساوي (-1) عند  $x = \frac{3\pi}{2} + 2n\pi$
- ③ دالة الجيب دالة فردية لأن:  $\sin(-x) = -\sin x, \forall x \in \mathbb{R}$
- ④ منحنى الدالة متناظر حول نقطة الأصل.
- ⑤ سعة الدالة هي:  $\frac{\max f - \min f}{2}$



$$a = 1, b = 1$$

$$|a| = |1| = 1 \quad \text{السعة}$$

$$\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi \quad \text{الدورة}$$

$$\frac{1}{4} \times 2\pi = \frac{\pi}{2} \quad \text{ربع الدورة}$$

$$y = a \sin bx$$

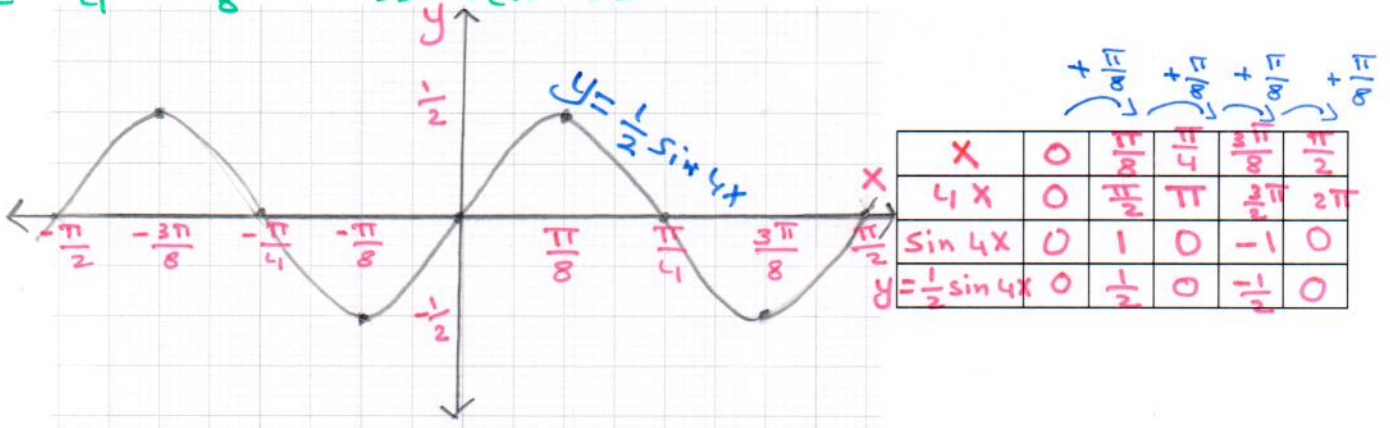
$$\text{a) } y = \frac{1}{2} \sin 4x$$

$$|a| = |\frac{1}{2}| = \frac{1}{2} \quad \text{السعة}$$

$$\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \quad \text{الدورة}$$

$$\frac{\pi}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{\pi}{8} \quad \text{ربع الدورة}$$

أوجد السعة والدورة ثم ارسم بيان كل من:

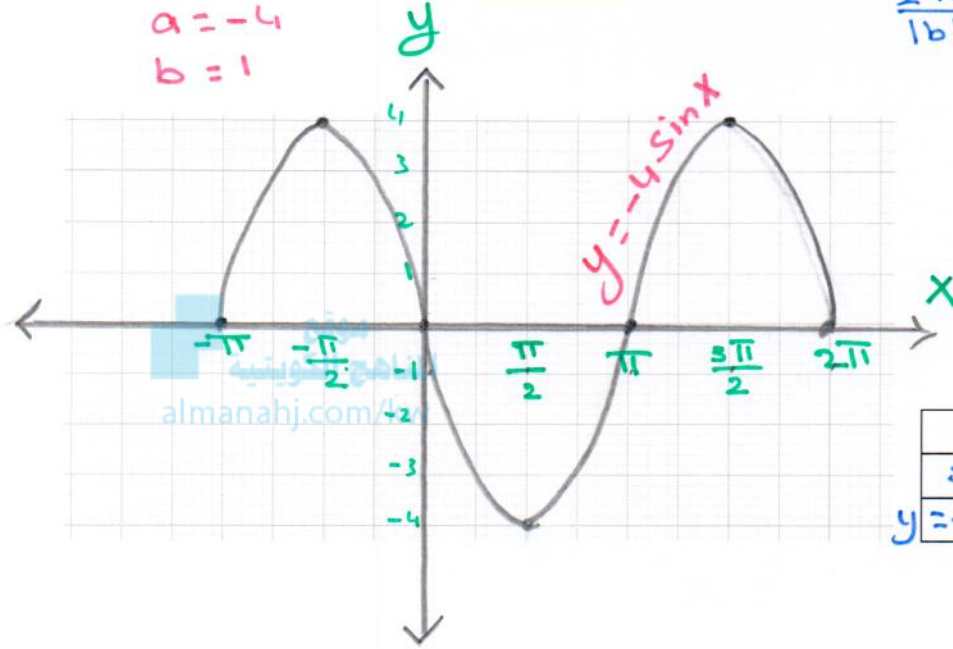


H.O.L.

تابع كتاب الطالب حاول أن تحل ص 48 رقم 3 : أوجد السعة والدورة ثم ارسم بيان كل من:

ⓑ  $y = -4 \sin x, x \in [-\pi, 2\pi]$

$a = -4$   
 $b = 1$



السعة :  $|a| = |-4| = 4$   
الدورة :  $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$   
∴ ربع الدورة :

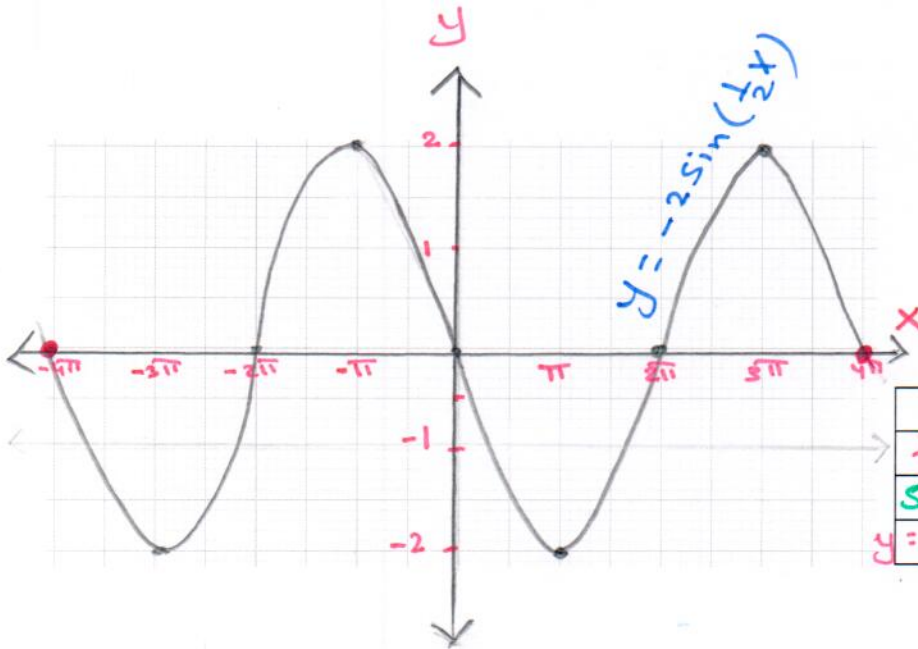
$\frac{1}{4} \times 2\pi = \frac{\pi}{2}$

X	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$\sin x$	0	1	0	-1	0
$y = -4 \sin x$	0	-4	0	4	0

تابع كتاب الطالب مثال ص 47 رقم 3 :

ⓑ  $y = -2 \sin\left(\frac{1}{2}x\right), -4\pi \leq x \leq 4\pi$

$a = -2, b = \frac{1}{2}$



أوجد السعة و الدورة للدالة . ثم ارسم بيان الدالة

السعة :  $|a| = |-2| = 2$   
الدورة :  $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$

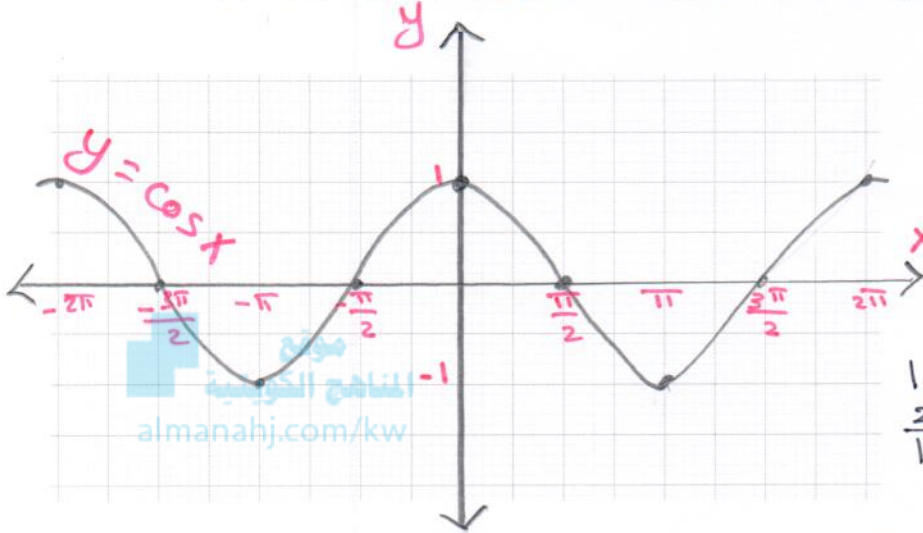
∴ ربع الدورة :  $4\pi \times \frac{1}{4} = \pi$

X	0	$\pi$	$2\pi$	$3\pi$	$4\pi$
$\frac{1}{2}x$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$\sin\left(\frac{1}{2}x\right)$	0	1	0	-1	0
$y = -2 \sin\left(\frac{1}{2}x\right)$	0	-2	0	2	0

دالة جيب التمام :

H.O.L.

مجال دالة جيب التمام  $y = \cos x$ ، هو أيضًا  $\mathbb{R}$  ومداهما هو  $[-1, 1]$ ، وهي دالة دورية ذات دورة  $2\pi$  ونستطيع الحصول على التمثيل البياني للدالة  $y = \cos x$  على مجالها عن طريق رسمها على الفترة  $[0, 2\pi]$



x	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
cos x	1	0	-1	0	1

$$a = 1, b = 1$$

$$|a| = |b| = 1 \quad \text{السعة:}$$

$$\frac{2\pi}{1} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi \quad \text{الدورة:}$$

$$\frac{1}{4} \times 2\pi = \frac{\pi}{2} \quad \text{∴ ربع الدورة:}$$

من بيان دالة جيب التمام نلاحظ أن:

$$\textcircled{1} \text{ لأي عدد صحيح } n \text{ فإن } \cos\left(\frac{\pi}{2} + n\pi\right) = 0$$

$$\textcircled{2} \text{ لأي عدد صحيح } n \text{ فإن للدالة } f(x) = \cos x \text{ قيمة عظمى تساوي (1) عند } x = 2n\pi \text{ وقيمة صغرى تساوي (-1) عند}$$

$$x = \pi + 2n\pi$$

$$\textcircled{3} \text{ دالة جيب التمام دالة زوجية لأن: } \cos(-x) = \cos x, x \in \mathbb{R}$$

$$\textcircled{4} \text{ محور الصادات هو خط تناظر لمنحنى الدالة.}$$

$$\textcircled{5} \text{ سعة الدالة هي: } a = \frac{\max f - \min f}{2}$$

أوجد السعة والدورة، ثم ارسم بيان الدالة:

$$\textcircled{a} \quad y = 3 \cos 2x$$

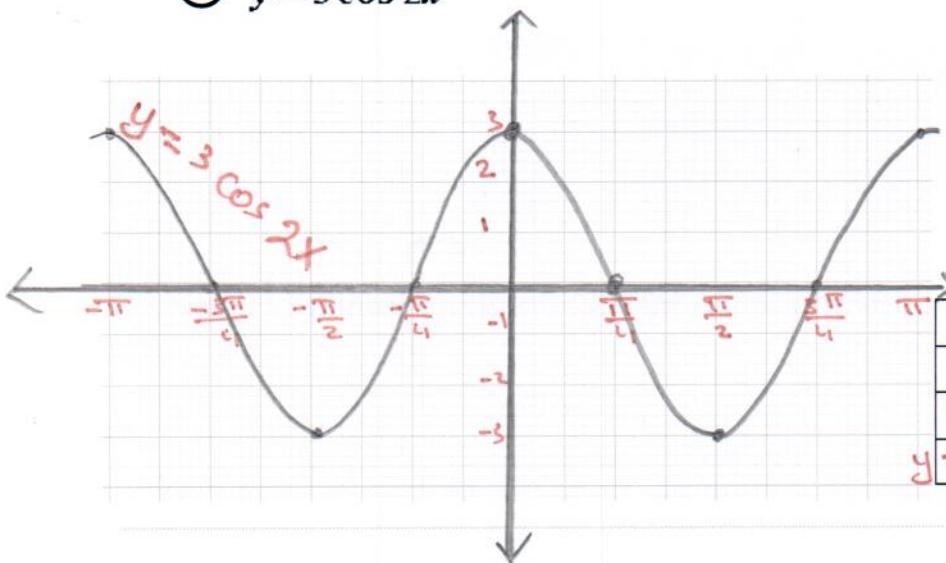
كتاب الطالب حاول أن تحل صد 49 رقم 4 :

$$a = 3, b = 2$$

$$|a| = |b| = 3 \quad \text{السعة:}$$

$$\frac{2\pi}{2} = \frac{2\pi}{2} = \pi \quad \text{الدورة:}$$

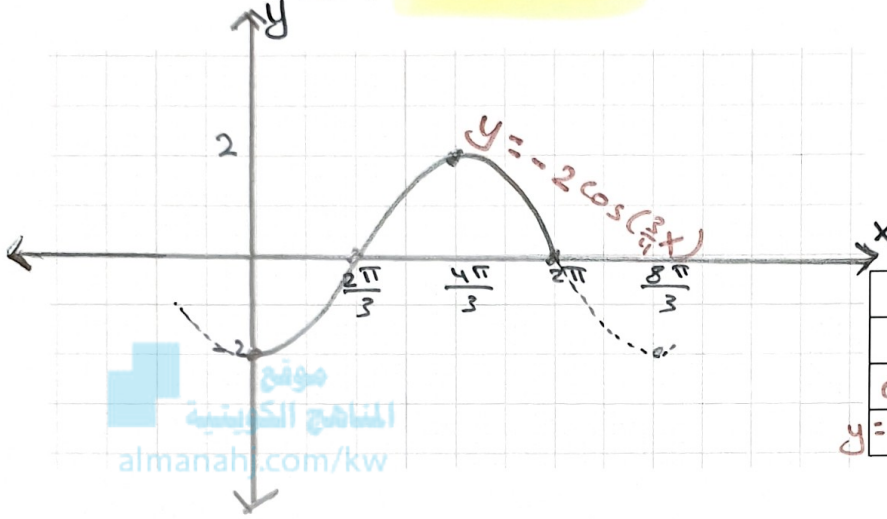
$$\frac{1}{4} \times \pi = \frac{\pi}{4} \quad \text{∴ ربع الدورة:}$$



x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\pi$
2x	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
cos(2x)	1	0	-1	0	1
y = 3 cos(2x)	3	0	-3	0	3

تابع كتاب الطالب حاول أن تحل صد 49 رقم 4 : أوجد السعة والدورة ثم ارسم بيان الدالة:

ⓑ  $y = -2\cos\left(\frac{3}{4}x\right), 0 \leq x \leq 2\pi$



السعة:  $a = -2, b = \frac{3}{4}$   
 $|a| = |-2| = 2$   
 الدورة:  $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\frac{3}{4}} = \frac{8\pi}{3}$   
 ربع الدورة:  $\frac{1}{4} \times \frac{8\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$

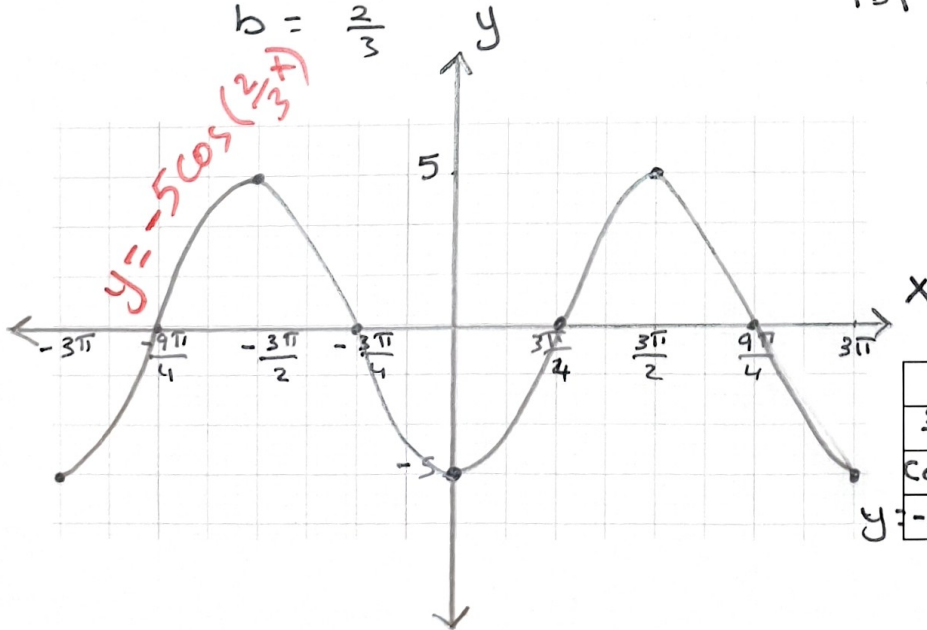
X	0	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{4\pi}{3}$	$2\pi$	$\frac{8\pi}{3}$
$\frac{3}{4}x$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$\cos\left(\frac{3}{4}x\right)$	1	0	-1	0	1
$y = -2\cos\left(\frac{3}{4}x\right)$	-2	0	2	0	-2

أوجد السعة والدورة، ثم ارسم بيان الدالة:

كتاب الطالب مثال صد 49 رقم 4 :

ⓑ  $y = -5\cos\left(\frac{2}{3}x\right), x \in [-3\pi, 3\pi]$

$a = -5$   
 $b = \frac{2}{3}$



السعة:  $|a| = |-5| = 5$   
 الدورة:  $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\frac{2}{3}} = 3\pi$   
 ربع الدورة:  $\frac{1}{4} \times 3\pi = \frac{3\pi}{4}$

X	0	$\frac{3\pi}{2}$	$3\pi$	$\frac{9\pi}{2}$	$3\pi$
$\frac{2}{3}x$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$\cos\left(\frac{2}{3}x\right)$	1	0	-1	0	1
$y = -5\cos\left(\frac{2}{3}x\right)$	-5	0	5	0	-5

H.O.L.

ثالثا دالة الظل : هي الدالة المثلثية على الصورة  $y = \tan x$  وتكتب:

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} : \cos x \neq 0$$

$$D = \mathbb{R} - \left\{ x : x = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z} \right\}$$

ومداها:  $\mathbb{R}$

وهي دالة دورية ذات دورة  $\pi$

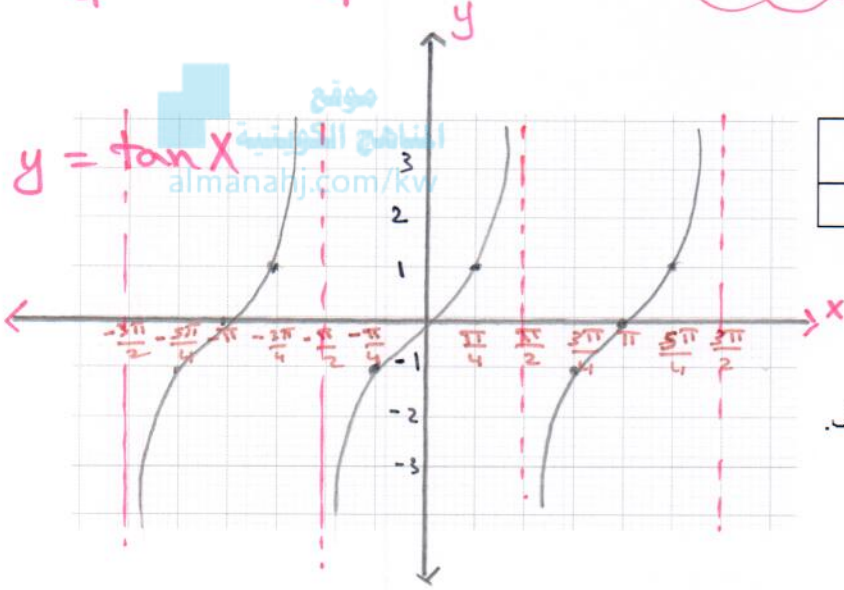
وللحصول على التمثيل البياني لـ:  $y = \tan x$

في دورة واحدة  $\left( -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right)$

$$b = 1$$

$$\frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{1} = \pi \quad \text{الدورة :}$$

$$\frac{1}{4} \times \pi = \frac{\pi}{4} \quad \text{ربع الدورة :}$$

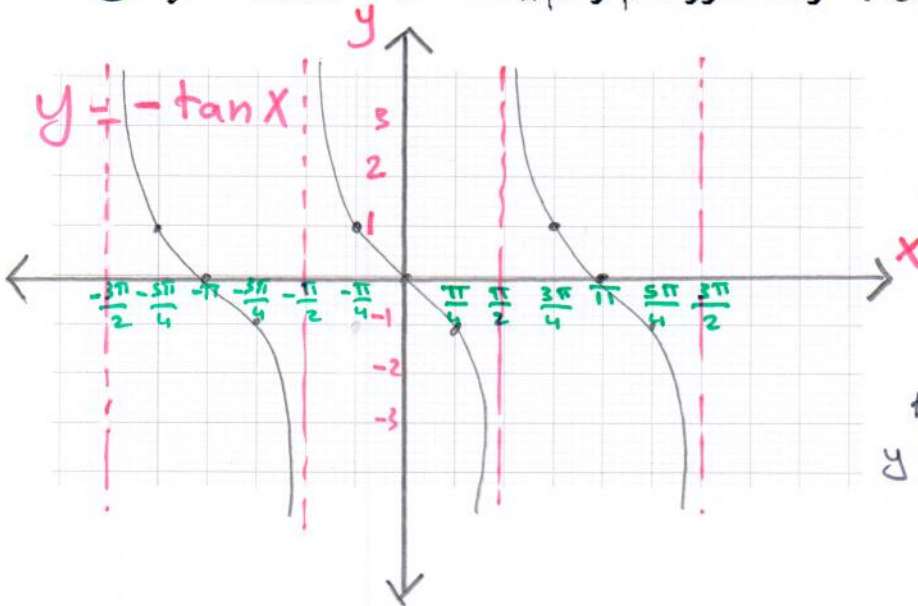


x	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$
tanx	غير معرف	-1	0	1	غير معرف

من بيان دالة الظل نلاحظ أن دالة الظل:

- ① ليس لها سعة.
- ② لأي عدد صحيح  $n$  فإن  $\tan(n\pi) = 0$
- ③ لأي عدد صحيح  $n$  فإن  $\tan\left(\frac{\pi}{2} + n\pi\right)$  غير معرف. وتسمى المستقيمات  $x = \frac{\pi}{2} + n\pi$  محاذيات رأسية لبيان الدالة  $y = \tan x$
- ④ دالة فردية لأن:  $\tan(-x) = -\tan x, x \in D$
- ⑤ منحناها متناظر حول نقطة الأصل. وبصفة عامة: الدالة  $y = a \tan bx$  دورتها:  $\frac{\pi}{|b|}$  وتكرر نفسها في الفترة  $\left( \frac{-\pi}{2b}, \frac{\pi}{2b} \right)$

① كتاب الطالب حاول أن تحل ص 51 رقم 5 : أوجد الدورة، ثم ارسم بيان الدالة:  $y = -\tan x$



$$b = 1$$

$$\frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{1} = \pi \quad \text{الدورة :}$$

$$\frac{1}{4} \times \pi = \frac{\pi}{4} \quad \text{ربع الدورة :}$$

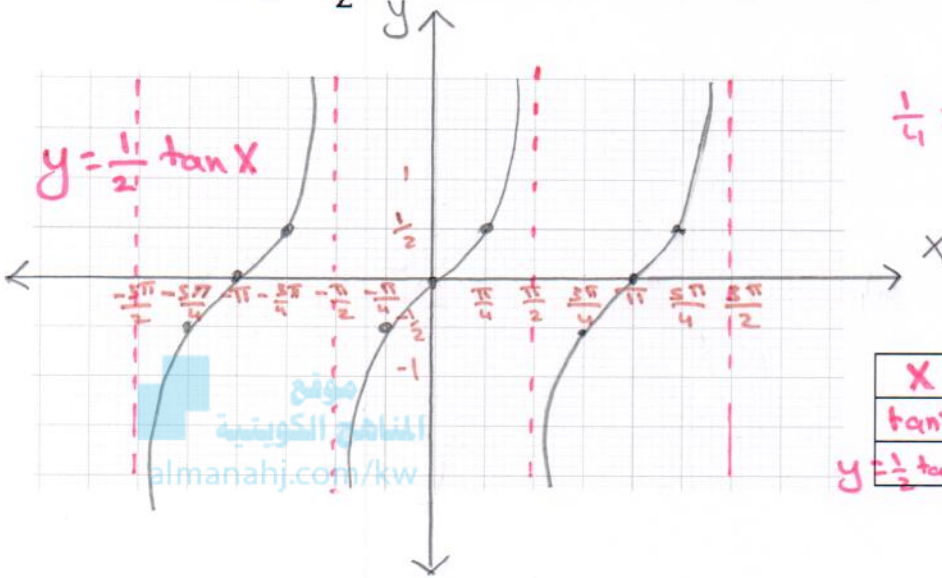
x	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$
tanx	غير معرف	-1	0	1	غير معرف
$y = -\tan x$	غير معرف	1	0	-1	غير معرف

تابع كتاب الطالب حاول أن تحل ص 51 رقم 5 :

ⓑ  $y = \frac{1}{2} \tan x$

أوجد الدورة، ثم ارسم بيان الدالة:

المدة:  $\frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{|1|} = \pi$   
 ∴ ربع الدورة:  $\frac{1}{4} \times \pi = \frac{\pi}{4}$



X	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$
$\tan x$	غير معرف	-1	0	1	غير معرف
$y = \frac{1}{2} \tan x$	غير معرف	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	غير معرف

← خصائص الدوال المثلثية باعتبار  $n \in \mathbb{Z}$  →

$\tan x$	$\cos x$	$\sin x$	الخاصية
$\pi$	$2\pi$	$2\pi$	الدورة
$\mathbb{R} - \left\{x, x = \frac{\pi}{2} + n\pi\right\}$	$(-\infty, \infty)$	$(-\infty, \infty)$	المجال
$(-\infty, \infty)$	$[-1, 1]$	$[-1, 1]$	المدى
$x = n\pi$	$x = \frac{\pi}{2} + n\pi$	$x = n\pi$	الأصفار
فردية	زوجية	فردية	زوجية أو فردية

H.O.L.

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-7)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) معادلة الدالة المثلثية  $y = a \sin(b\theta)$  حيث السعة 5 والدورة  $3\pi$  هي  $y = 5 \sin\left(\frac{2}{3}\theta\right)$

$b = \frac{2}{3}$  أو  $b = -\frac{2}{3}$

الدالة لها أكثر من معادلة

(a) (b)

(2) الدالة التي دورتها  $\frac{\pi}{2}$  وسعتها 3 يمكن أن تكون  $y = 3 \sin\left(\frac{\pi\theta}{2}\right)$

الدورة:  $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{2} \rightarrow |b| = 4$   
 $b = 4$  أو  $b = -4$

(a) (b)

(3) الدالة  $y = 3 \tan\left(\frac{3}{4}x\right)$  دورتها  $\frac{4}{3}\pi$  الدورة:  $\frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{\frac{3}{4}} = \frac{4\pi}{3}$

almanahj.com/kw

(a) (b)

(5) سعة الدالة  $y = -5 \cos 2x$  هي -5 ← لا يمكن أن تكون السعة سالبة القيمة

السعة:  $|a| = |-5| = 5$

(a) (b)

(6) في الدالة  $f$  حيث  $f(x) = a \cos bx$  يكون:  $2|a| = \max f + \min f$

سعة الدالة:  $2|a| = \max f - \min f$   
 $|a| = \frac{\max f - \min f}{2}$

(a) (b)

(7) الدالتان  $f, g$  حيث  $f(x) = \cos 8x$ ،  $g(x) = \tan 4x$  لهما نفس الدورة.

الدورة:  $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$

← الدورة

الدورة:  $\frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$

لعمان نفس الدورة =  $\frac{\pi}{4}$

(a) (b)

في التمارين (8-17)، ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

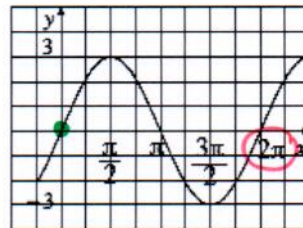
(8) البيان التالي يمثل بيان الدالة:

(a)  $f(x) = 3 \cos x$

(c)  $f(x) = -3 \sin x$

(b)  $f(x) = 3 \sin x$

(d)  $f(x) = \sin 3x$



السعة = 3  
والدورة  $\neq 2\pi$

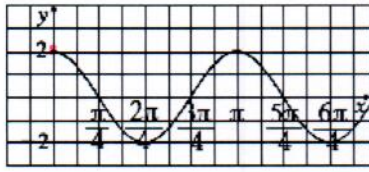
(9) لتكن  $f(x) = 3 \tan 2x$  فإن:

(a) السعة = 1

(b) السعة = 2

(c) السعة = 3

(d) ليس لها سعة



(10) ليكن بيان كما في الشكل التالي:  $\frac{3\pi}{2} = \frac{3\pi}{2}$   
 سعة الدالة =  $\frac{3\pi}{2}$

فإن يمكن أن تكون:

- (a)  $2 \cos 2x$       (b)  $\cos 2x$       (c)  $\cos \frac{x}{2}$       (d)  $\sin 2x$

السعة:  $2 = |2| = |a|$

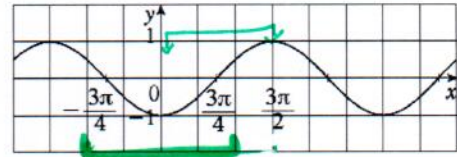
(11) ليكن دالة دورية بيانها كما في الشكل التالي فإن الدورة تساوي:

حاجب نصف  
الدورة

$$0 \rightarrow \frac{3\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} - 0 = \frac{3\pi}{2}$$

$$\frac{3\pi}{4} - (-\frac{3\pi}{4}) = \frac{3\pi}{2}$$

$$2 \times \frac{3\pi}{2} = 3\pi = \text{الدورة}$$



- (a)  $\pi$       (b)  $2\pi$       (c)  $3\pi$       (d)  $\frac{6\pi}{4}$

(12) لتكن الدالة  $g$  حيث:  $g(x) = a \sin bx$  فإن بيان  $g$  لا يمكن أن يكون:

- (a)      (b)      (c)      (d)

الحجب بنقطة الأصل

(17) في الدالة المثلثية  $y = -2 \sin(\frac{3}{5}x)$  السعة والدورة هما:

- (a)  $-2, \frac{3\pi}{5}$       (b)  $2, \frac{10\pi}{3}$       (c)  $2, \frac{3\pi}{5}$       (d)  $2, \frac{2\pi}{15}$

السعة:  $2 = |-2| = |a|$

الدورة:  $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|\frac{3}{5}|} = \frac{10\pi}{3}$

كراسة التمارين ص ٢٠ : البنود الموضوعية

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----

H.L.

قانون الجيب

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

في أي مثلث ABC :

كتاب الطالب حاول أن تحل صد 64 رقم 1 :

حل  $\Delta ABC$  حيث:  $\alpha = 36^\circ$ ,  $\beta = 48^\circ$ ,  $a = 8 \text{ cm}$ 

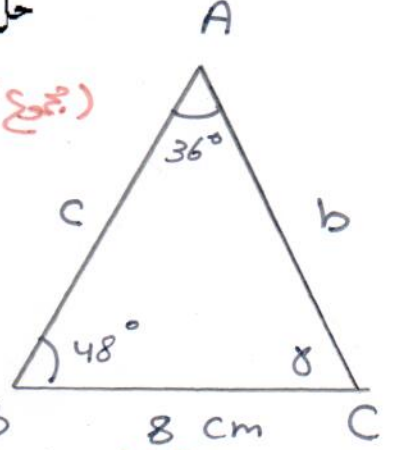
$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta$$

$$\gamma = 180^\circ - 36^\circ - 48^\circ$$

$$= 96^\circ$$

(مجموع قياسات زوايا  $\Delta = 180^\circ$ )

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c} \quad (\text{قانون الجيب})$$



$$\frac{\sin 36^\circ}{8} = \frac{\sin 48^\circ}{b} = \frac{\sin 96^\circ}{c}$$

$$\frac{\sin 36^\circ}{8} = \frac{\sin 48^\circ}{b}$$

$$\therefore b = \frac{8 \times \sin 48^\circ}{\sin 36^\circ}$$

$$b = 10.114 \text{ cm}$$

$$\frac{\sin 36^\circ}{8} = \frac{\sin 96^\circ}{c}$$

$$\therefore c = \frac{8 \times \sin 96^\circ}{\sin 36^\circ}$$

$$c = 15.535 \text{ cm}$$

حل  $\Delta ABC$  حيث:  $\alpha = 40^\circ$ ,  $\beta = 60^\circ$ ,  $a = 4 \text{ cm}$ 

كتاب الطالب مثال صد 64 رقم 1 :

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta$$

$$\gamma = 180^\circ - 40^\circ - 60^\circ$$

$$= 80^\circ$$

(مجموع قياسات زوايا  $\Delta = 180^\circ$ )

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c} \quad (\text{قانون الجيب})$$

$$\frac{\sin 40^\circ}{4} = \frac{\sin 60^\circ}{b} = \frac{\sin 80^\circ}{c}$$

$$\frac{\sin 40^\circ}{4} = \frac{\sin 60^\circ}{b}$$

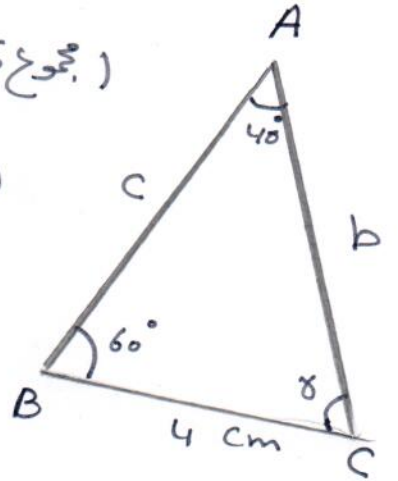
$$\therefore b = \frac{4 \times \sin 60^\circ}{\sin 40^\circ}$$

$$b = 5.389 \text{ cm}$$

$$\frac{\sin 40^\circ}{4} = \frac{\sin 80^\circ}{c}$$

$$\therefore c = \frac{4 \times \sin 80^\circ}{\sin 40^\circ}$$

$$c = 6.128 \text{ cm}$$



**H.L.**

كتاب الطالب حاول أن تحل صد 66 رقم 2 :

حل  $\Delta ABC$  حيث:  $a = 7 \text{ cm}$ ,  $b = 6 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 26.3^\circ$

(قانون الجيب)

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

$$\frac{\sin 26.3^\circ}{7} = \frac{\sin \beta}{6} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

$$\frac{\sin 26.3^\circ}{7} = \frac{\sin \beta}{6}$$

$$\therefore \sin \beta = \frac{6 \times \sin 26.3^\circ}{7}$$

$$\sin \beta = 0.379 \quad 0^\circ < \beta < 180^\circ$$

$$\therefore \beta_1 = 22.27^\circ \quad \text{مقبولة}$$

$$\beta_2 = 180^\circ - 22.27^\circ = 157.73^\circ \quad \text{مرفوضة}$$

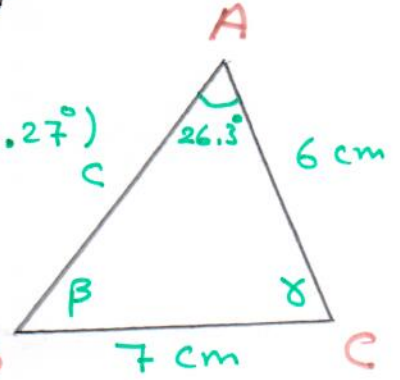
$$\alpha + \beta_2 = 26.3^\circ + 157.73^\circ = 184.03^\circ \quad (\text{أكبر من } 180^\circ)$$

$$\gamma = 180^\circ - (26.3^\circ + 22.27^\circ) = 131.43^\circ$$

$$\frac{\sin 26.3^\circ}{7} = \frac{\sin 131.43^\circ}{c}$$

$$\therefore c = \frac{7 \times \sin 131.43^\circ}{\sin 26.3^\circ}$$

$$c = 11.845 \text{ cm}$$



كتاب مثال أن تحل صد 66 رقم 2 :

حل  $\Delta ABC$  حيث:  $a = 3 \text{ cm}$ ,  $b = 2 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 40^\circ$

(قانون الجيب)

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

$$\frac{\sin 40^\circ}{3} = \frac{\sin \beta}{2} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

$$\frac{\sin 40^\circ}{3} = \frac{\sin \beta}{2}$$

$$\therefore \sin \beta = \frac{2 \times \sin 40^\circ}{3}$$

$$\sin \beta = 0.428 \approx 0.43$$

$$0^\circ < \beta < 180^\circ$$

$$\therefore \beta_1 = 25.47^\circ \quad \text{مقبولة}$$

$$\beta_2 = 180^\circ - 25.47^\circ = 154.53^\circ \quad \text{مرفوضة}$$

$$\alpha + \beta_2 = 40^\circ + 154.53^\circ = 194.53^\circ \quad (\text{أكبر من } 180^\circ)$$

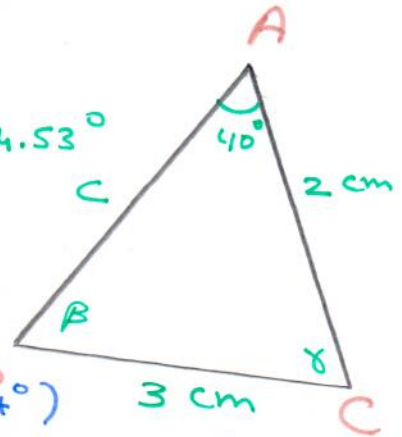
$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta$$

$$\gamma = 180^\circ - (40^\circ + 25.47^\circ) = 114.53^\circ \quad (\text{لمجموع قيمتا زاويتي } \Delta \text{ أكبر من } 180^\circ)$$

$$\frac{\sin 40^\circ}{3} = \frac{\sin 114.53^\circ}{c}$$

$$\therefore c = \frac{3 \times \sin 114.53^\circ}{\sin 40^\circ}$$

$$c = 4.24 \text{ cm}$$



H.L.

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 67 رقم 3 :

حل  $\Delta ABC$  حيث:  $a = 6 \text{ cm}$  ,  $b = 7 \text{ cm}$  ,  $\alpha = 45^\circ$

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin \delta}{c} \quad (\text{قانون الجيب})$$

$$\frac{\sin 45^\circ}{6} = \frac{\sin B}{7}$$

$$\therefore \sin B = \frac{7 \times \sin 45^\circ}{6}$$

$$\sin B = 0.825 , \sin B > 0$$

$$\therefore \beta_1 = 55.59^\circ ; \beta_2 = 180^\circ - 55.59^\circ = 124.41^\circ$$

$$\alpha + \beta_1 = 45^\circ + 55.59^\circ = 100.59^\circ$$

$$\alpha + \beta_2 = 45^\circ + 124.41^\circ = 169.41^\circ$$

∴ كل من قيمتي  $B$  مخصص على ∴

$$\alpha + \beta < 180^\circ$$

∴ يوجد مثلثان يحققان المعطى

$$\delta = 180 - (\alpha + \beta)$$

$$\delta_1 = 180^\circ - 100.59^\circ = 79.41^\circ$$

$$\delta_2 = 180^\circ - 169.41^\circ = 10.59^\circ$$

في المثلث الثاني في المثلث الأول

$$\frac{\sin 45^\circ}{6} = \frac{\sin 79.41^\circ}{c_1} \quad \frac{\sin 45^\circ}{6} = \frac{\sin 10.59^\circ}{c_2}$$

$$\therefore c_1 = \frac{6 \times \sin 79.41^\circ}{\sin 45^\circ} \quad c_2 = \frac{6 \times \sin 10.59^\circ}{\sin 45^\circ}$$

$$c_1 = 8.34 \text{ cm} \quad c_2 = 1.59 \text{ cm}$$

كتاب مثال أن تحل ص 67 رقم 3 :

حل  $\Delta ABC$  حيث:  $a = 5 \text{ cm}$  ,  $b = 8 \text{ cm}$  ,  $\alpha = 30^\circ$

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin \delta}{c} \quad (\text{قانون الجيب})$$

$$\frac{\sin 30^\circ}{5} = \frac{\sin B}{8}$$

$$\sin B = \frac{8 \times \sin 30^\circ}{5}$$

$$\sin B = 0.8 , \sin B > 0$$

$$\therefore \beta_1 = 53.13^\circ$$

$$\beta_2 = 180^\circ - 53.13^\circ = 126.87^\circ$$

$$\alpha + \beta_1 = 30^\circ + 53.13^\circ = 83.13^\circ$$

$$\alpha + \beta_2 = 30^\circ + 126.87^\circ = 156.87^\circ$$

كل من قيمتي  $B$  مخصص على ∴

∴ يوجد مثلثان يحققان المعطى

ويوجد قياً ∴ لزارة  $\delta$

$$\delta = 180 - (\alpha + \beta)$$

$$\delta_1 = 180^\circ - 83.13^\circ = 96.87^\circ$$

$$\delta_2 = 180^\circ - 156.87^\circ = 23.13^\circ$$

$$\frac{\sin 30^\circ}{5} = \frac{\sin 96.87^\circ}{c_1}$$

$$\therefore c_1 = \frac{5 \times \sin 96.87^\circ}{\sin 30^\circ}$$

$$c_1 = 9.93 \text{ cm}$$

في المثلث الثاني ∴

$$\frac{\sin 30^\circ}{5} = \frac{\sin 23.13^\circ}{c_2}$$

$$\therefore c_2 = \frac{5 \times \sin 23.13^\circ}{\sin 30^\circ}$$

$$c_2 = 3.93 \text{ cm}$$

# الإجابات بالتفصيل في الصفحات التالية

بند 3-8

قانون الجيب - البنود الموضوعية

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-3)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) في المثلث  $ABC$ :  $m(\hat{A}) = 100^\circ$ ,  $m(\hat{B}) = 30^\circ$ ,  $BC = 20$  cm, فإنّ  $AC = 10.154$  cm  (a)  (b)

(2) في المثلث  $ABC$ :  $m(\hat{B}) = 80^\circ$ ,  $AB = 12$  cm,  $AC = 16$  cm, فإنّ  $m(\hat{C}) = 50^\circ$   (a)  (b)

(3) في كل مثلث  $ABC$  يكون:  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{\sin \gamma}{c}$   (a)  (b)

في التمارين (4-9)، ظلّل رمز الدائرة الدالّ على الإجابة الصحيحة.

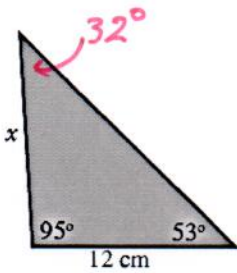
(4) في المثلث  $ABC$ :  $m(\hat{A}) = 80^\circ$ ,  $m(\hat{B}) = 40^\circ$ ,  $AC = 10$  cm, فإنّ طولي  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  يساويان:  (a)  (b)  (c)  (d)

(a) 7.43 cm, 15.32 cm

(b) 6.53 cm, 13.47 cm

(c) 13.47 cm, 15.32 cm

(d) 7.43 cm, 6.53 cm



(5) في المثلث المقابل،  $x$  تساوي حوالي:

(a) 8.6 cm

(b) 15 cm

(c) 18.1 cm

(d) 19.2 cm

(6) مثلث قياسات زواياه:  $50^\circ, 60^\circ, 70^\circ$ , طول أصغر ضلع فيه هو 9 cm

طول أطول ضلع حوالي:

(a) 11 cm

(b) 11.5 cm

(c) 12 cm

(d) 12.5 cm

(7) القياسات المعطاة في المثلث  $ABC$ :  $m(\hat{A}) = 56^\circ$ ,  $AB = 19$  cm,  $AC = 23$  cm, طول  $\overline{BC}$  يساوي:

(a) 12 cm

(b) 18 cm

(c) 19 cm

(d) لا يمكن استخدام قانون الجيب

كراسة التمارين ص 26 : البنود الموضوعية

1	2	3	4	5	6	7	8	9

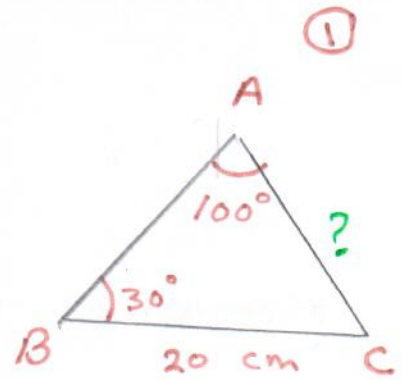
H.L.

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b}$$

$$\frac{\sin 100^\circ}{20} = \frac{\sin 30^\circ}{c}$$

$$c = \frac{20 \times \sin 30^\circ}{\sin 100^\circ}$$

$$c = 10.154 \text{ cm}$$



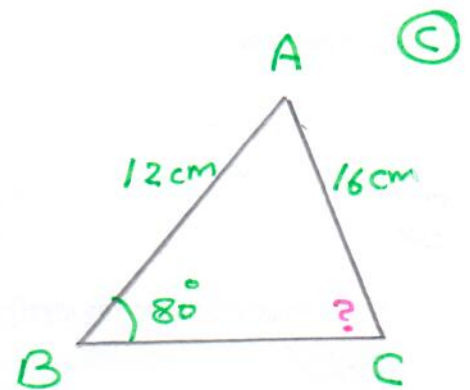
$$\frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \delta}{c}$$

$$\frac{\sin 80^\circ}{16} = \frac{\sin \delta}{12}$$

$$\sin \delta = \frac{12 \times \sin 80^\circ}{16}$$

$$\sin \delta = 0.739$$

$$\delta = 47.65^\circ$$



$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

بالتالي:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

②

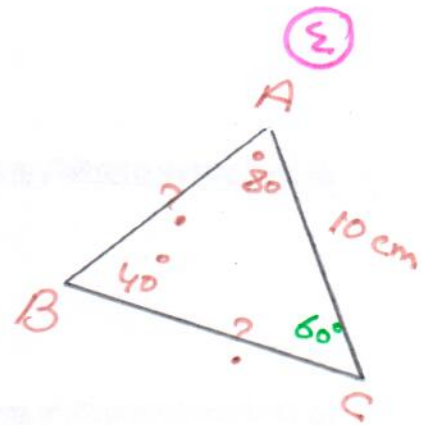
H.L.

$$\frac{\sin B}{b} = \frac{\sin D}{c}$$

$$\frac{\sin 40^\circ}{10} = \frac{\sin 60^\circ}{c}$$

$$c = \frac{10 \times \sin 60^\circ}{\sin 40^\circ} = 13.47 \text{ cm}$$

↖  $\overline{AB}$



$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b}$$

$$\frac{\sin 80^\circ}{a} = \frac{\sin 40^\circ}{10}$$

$$a = \frac{10 \times \sin 80^\circ}{\sin 40^\circ}$$

$$a = 15.32 \text{ cm}$$

↖  $\overline{BC}$

$$\frac{\sin 32^\circ}{12} = \frac{\sin 53^\circ}{x}$$

$$x = \frac{12 \times \sin 53^\circ}{\sin 32^\circ}$$

$$x = 18.085 \text{ cm}$$

$$x \approx 18.1 \text{ cm}$$



H.L.

الضلع الأصغر مقابل الزاوية الأصغر  
الضلع الأكبر مقابل الزاوية الأكبر

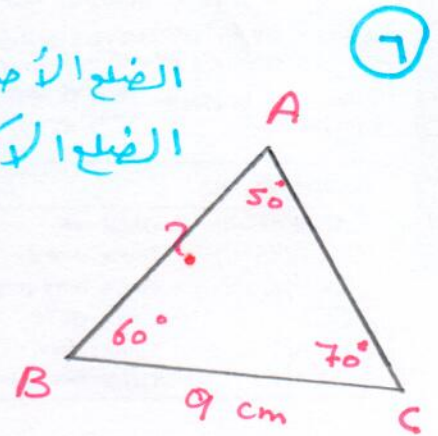
$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \theta}{c}$$

$$\frac{\sin 50^\circ}{9} = \frac{\sin 70^\circ}{c}$$

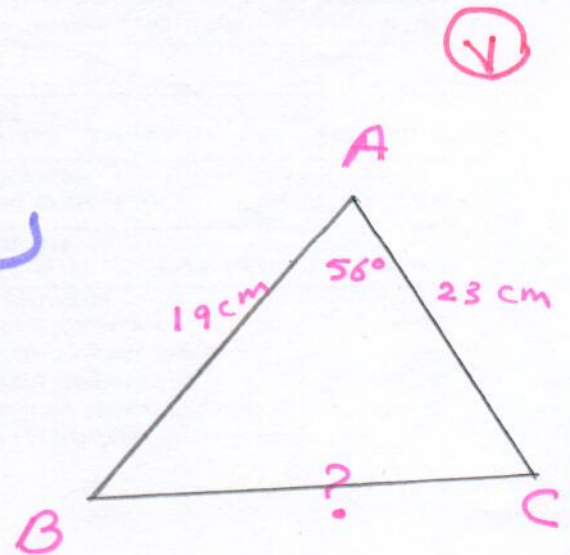
$$c = \frac{9 \times \sin 70^\circ}{\sin 50^\circ}$$

$$c = 11.04$$

$$c \approx 11 \text{ cm}$$



لا يمكن استخدام قانون الجيب  
المسطبات غير كائنية

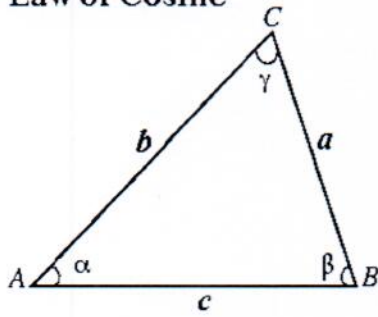


H.L.

Law of Cosine

قانون جيب التمام

في  $\Delta ABC$

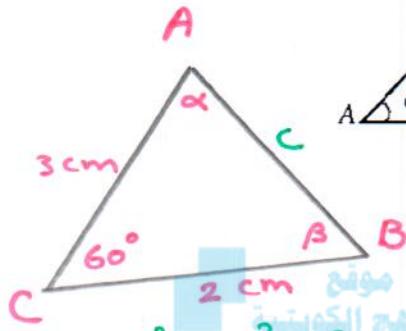


$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

كتاب الطالب مثال صد 71 رقم 1 :



حل  $\Delta ABC$  حيث:  $a = 2 \text{ cm}$ ,  $b = 3 \text{ cm}$ ,  $\gamma = 60^\circ$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

$$= 2^2 + 3^2 - 2 \times 2 \times 3 \cos 60^\circ$$

$$= 13 - 12 \times \frac{1}{2} = 7$$

$$\therefore c = \sqrt{7} \text{ cm}$$

$$= \frac{12}{6\sqrt{7}}$$

$$= 0.755$$

$$\therefore \alpha = 40.97^\circ$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$= \frac{3^2 + (\sqrt{7})^2 - 2^2}{2 \times 3 \times \sqrt{7}}$$

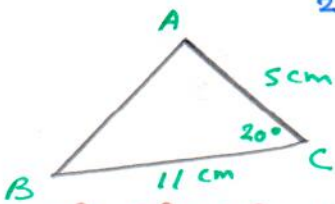
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

$$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$= \frac{2^2 + (\sqrt{7})^2 - 3^2}{2 \times 2 \times \sqrt{7}} = 0.188$$

$$\therefore \beta = 79.16^\circ$$

كتاب الطالب حاول أن تحل صد 72 رقم 1 :



حل  $\Delta ABC$  حيث:  $a = 11 \text{ cm}$ ,  $b = 5 \text{ cm}$ ,  $\gamma = 20^\circ$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

$$c^2 = (11)^2 + 5^2 - 2 \times 11 \times 5 \cos 20^\circ$$

$$= 121 + 25 - 103.37$$

$$= 42.63$$

$$\therefore c = \sqrt{42.63}$$

$$= 6.53 \text{ cm}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$\therefore \cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos \alpha = \frac{5^2 + (6.53)^2 - (11)^2}{2 \times 5 \times 6.53}$$

$$\cos \alpha = -0.817$$

$$\therefore \alpha = 144.78^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - \gamma - \alpha$$

$$\beta = 180^\circ - 20^\circ - 144.78^\circ$$

$$= 15.22^\circ$$

(مجمع قياسات زوايا المثلث = 180°)

H.O.L.

حل  $\Delta ABC$  حيث:  $a = 4 \text{ cm}$  ,  $b = 3 \text{ cm}$  ,  $c = 6 \text{ cm}$ 

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$= \frac{3^2 + 6^2 - 4^2}{2 \times 3 \times 6}$$

$$= \frac{29}{36} = 0.805$$

$$\alpha = 36.4^\circ$$

المنهج الكويتية

almanahj.com/kw

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

$$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$= \frac{4^2 + 6^2 - 3^2}{2 \times 4 \times 6}$$

$$= \frac{43}{48} = 0.895$$

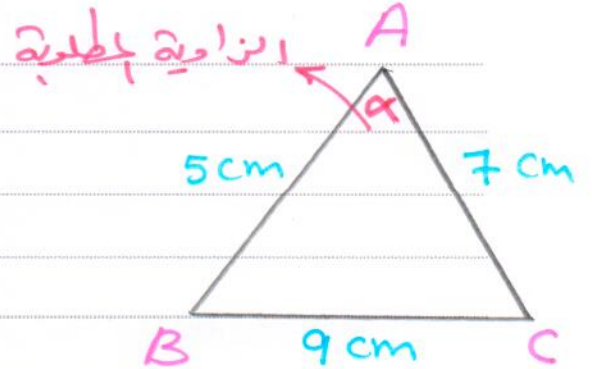
$$\beta = 26.4^\circ$$

$$\delta = 180^\circ - \alpha - \beta$$

$$= 180^\circ - 36.4^\circ - 26.4^\circ = 117.2^\circ$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 72 رقم 2 : في  $\Delta ABC$  حيث:  $a = 9 \text{ cm}$  ,  $b = 7 \text{ cm}$  ,  $c = 5 \text{ cm}$ 

أوجد قياس الزاوية الأكبر. ← التي تقابل أضلع الأكبر



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$= \frac{7^2 + 5^2 - 9^2}{2 \times 7 \times 5}$$

$$= -0.1$$

$$\therefore \alpha = 95.74^\circ$$

∴ قياس الزاوية الأكبر =  $95.74^\circ$

# الإجابات بالتفصيل في الصفحات التالية →

بند 3 - 8

تابع قانون جيب التمام الجيب - البنود الموضوعية

H.O.L.

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) في المثلث  $ABC$ :  $AB = 24$  cm ,  $AC = 19$  cm ,  $BC = 27$  cm , فإنّ  $m(\widehat{A}) \approx 76.82^\circ$  (a) (b)

(2) في المثلث  $ABC$ :  $m(\widehat{A}) = 60^\circ$  ,  $BC = 44$  cm ,  $AB = 20$  cm , فإنّ  $AC \approx 50.5$  cm (a) (b)

(3) في المثلث  $ABC$ :  $b^2 + c^2 < 2bc \cos A$  لا عليه  $n$  تكون  $a^2$  - لينة القيمة (a) (b)

(4) إذا كانت أطوال أضلاع مثلث تساوي 5 cm , 8 cm , 12 cm فإن قياس الزاوية الكبرى في هذا المثلث يساوي حوالي  $133.4^\circ$  (a) (b) التي تقع مقابل الضلع الأكبر

في التمارين (5-10)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(5) في المثلث  $ABC$ :  $m(\widehat{C}) = 60^\circ$  ,  $AC = 10$  cm ,  $BC = 20$  cm فإن طول  $\overline{AB}$  يساوي:

(a)  $AB = 10\sqrt{7}$  cm (b)  $AB = 10\sqrt{3}$  cm (c)  $AB = 12.4$  cm (d)  $AB = 29$  cm

(6) في المثلث  $ABC$ :  $m(\widehat{A}) = 120^\circ$  ,  $AB = 30$  cm ,  $AC = 40$  cm فإن طول  $\overline{BC}$  يساوي:

(a)  $BC \approx 60.8$  cm (b)  $BC \approx 36$  cm (c)  $BC \approx 68$  cm (d)  $BC \approx 21$  cm

(7) إذا كان  $AB = 12$  cm ,  $AC = 17$  cm ,  $BC = 25$  cm فإن قياس الزاوية الكبرى في المثلث  $ABC$  يساوي حوالي:

(a)  $118^\circ$  (b)  $110^\circ$  (c)  $125^\circ$  (d)  $100^\circ$

كراسة التمارين ص 26 : البنود الموضوعية

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

# H.L.

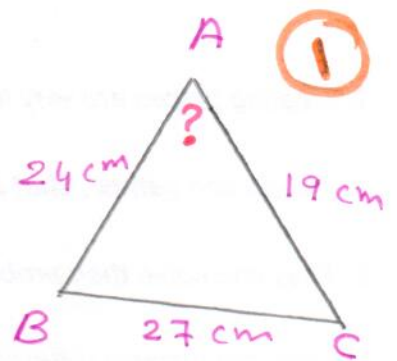
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$= \frac{(19)^2 + (24)^2 - (27)^2}{2 \times 19 \times 24}$$

$$= 0.228$$

$$\alpha = 76.82^\circ$$



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$(44)^2 = b^2 + (20)^2 - 2 \times b \times 20 \cos 60^\circ$$

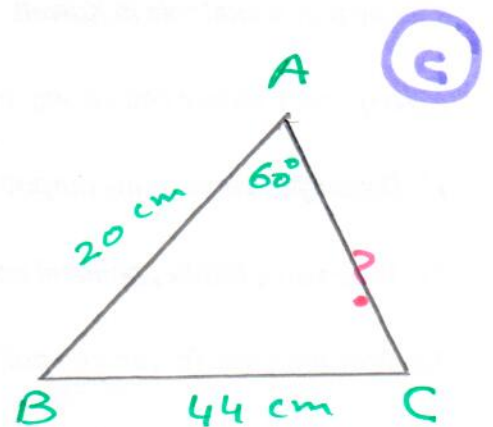
$$1936 = b^2 + 400 - 40b \times \frac{1}{2}$$

$$1936 = b^2 + 400 - 20b$$

$$0 = b^2 - 20b + 400 - 1936$$

$$b^2 - 20b - 1536 = 0$$

$$\therefore b \approx 50.5 \text{ cm}$$



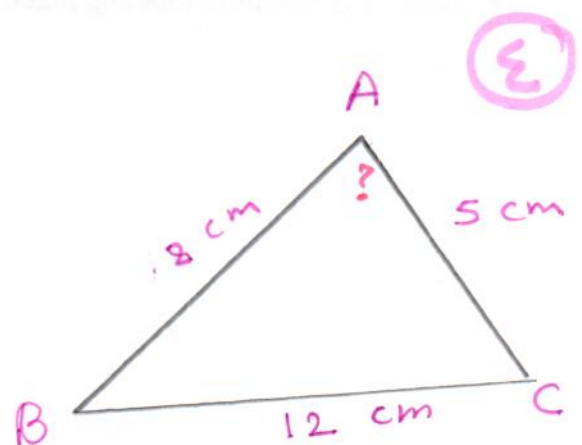
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$= \frac{5^2 + 8^2 - (12)^2}{2 \times 5 \times 8}$$

$$= -0.6875$$

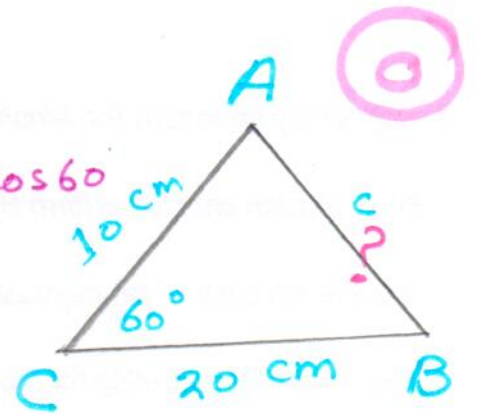
$$\therefore \alpha = 133.4^\circ$$



# H.L.

$$\begin{aligned}c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos \delta \\ &= (20)^2 + (10)^2 - 2 \times 20 \times 10 \cos 60 \\ &= 300\end{aligned}$$

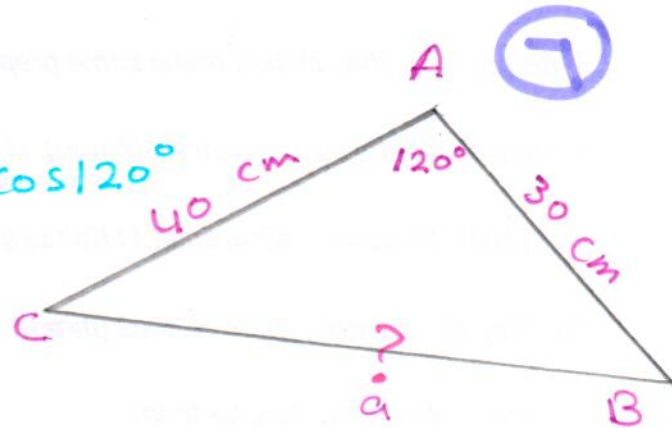
$$\begin{aligned}c &= \sqrt{300} \\ &= 10\sqrt{3} \text{ cm}\end{aligned}$$



موقع  
المنهج الكويتية  
almanahj.com/kw

$$\begin{aligned}a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha \\ &= (40)^2 + (30)^2 - 2 \times 40 \times 30 \cos 120^\circ \\ &= 3700\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a &= \sqrt{3700} \\ &= 60.8 \text{ cm}\end{aligned}$$



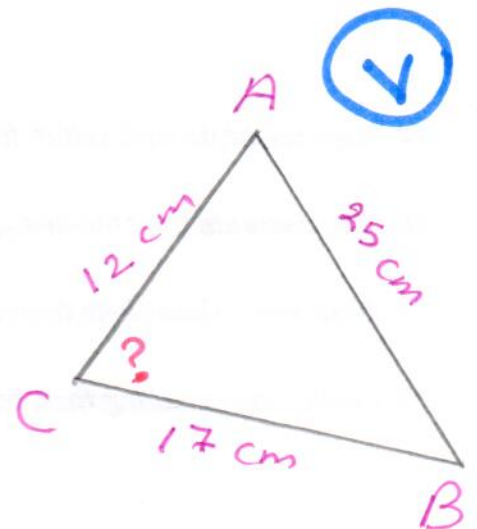
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \delta$$

$$\cos \delta = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

$$= \frac{(17)^2 + (12)^2 - (25)^2}{2 \times 17 \times 12}$$

$$= -0.471$$

$$\begin{aligned}\delta &= 118.09^\circ \\ &\approx 118^\circ\end{aligned}$$



H.L.

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 76 رقم 2 :

أوجد مساحة المثلث  $ABC$  حيث:  $a = 4 \text{ cm}$  ,  $b = 4 \text{ cm}$  ,  $c = 3 \text{ cm}$ 

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$= \frac{4^2 + 3^2 - 4^2}{2 \times 4 \times 3}$$

$$= 0.375$$

$$\therefore \alpha = 67.97^\circ$$

$$\text{Area} = \frac{1}{2} bc \sin \alpha$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 3 \sin 67.97^\circ$$

$$= 5.56 \text{ cm}^2$$

قاعدة هيرون

تعطى مساحة مثلث  $ABC$  أطوال أضلاعه  $a, b, c$  بالقاعدة:

$$\text{Area}(ABC) = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$s = \frac{1}{2}(a+b+c) = \text{semiperimeter (نصف محيط المثلث)}$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 75 رقم 2 :

أوجد مساحة  $ABC$  حيث:  $a = 4 \text{ cm}$  ,  $b = 4 \text{ cm}$  ,  $c = 3 \text{ cm}$ 

$$s = \frac{1}{2}(a+b+c)$$

$$= \frac{1}{2}(4+4+3)$$

$$= 5.5$$

$$\text{Area} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{5.5(5.5-4)(5.5-4)(5.5-3)}$$

$$= \sqrt{\frac{495}{16}} = 5.56 \text{ cm}^2$$

H.O.L.

كراسة التمارين حاول أن تحل صد 30 رقم 2 :

أوجد مساحة المثلث  $ABC$  بطريقتين مختلفتين.  $a = 4 \text{ cm}$  ,  $b = 5 \text{ cm}$  ,  $c = 8 \text{ cm}$ 

$$s = \frac{1}{2}(a+b+c)$$

$$= \frac{1}{2}(4+5+8) = 8.5$$

$$\text{Area} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{8.5(8.5-4)(8.5-5)(8.5-8)}$$

$$= \sqrt{\frac{1071}{16}} = \boxed{8.18} \text{ cm}^2$$

الحل الآخر  
في  
الصفحة  
التالية

كتاب الطالب مثال صد 76 رقم 2 :

أوجد مساحة سطح مثلث أطوال أضلاعه:  $a = 7 \text{ cm}$  ,  $b = 5 \text{ cm}$  ,  $c = 8 \text{ cm}$ 

$$s = \frac{1}{2}(a+b+c)$$

$$= \frac{1}{2}(7+5+8) = 10$$

$$\text{Area} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{10(10-7)(10-5)(10-8)}$$

$$= \sqrt{300}$$

$$= 10\sqrt{3} \text{ cm}^2 \Rightarrow 17.32 \text{ cm}^2$$

# الحل الآخر

$$a = 4 \text{ cm} \quad b = 5 \text{ cm} \quad c = 8 \text{ cm}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$= \frac{5^2 + 8^2 - 4^2}{2 \times 5 \times 8}$$

$$= 0.9125$$

$$\alpha = 24.14^\circ$$

$$\text{Area} = \frac{1}{2} bc \sin \alpha$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 8 \sin 24.14^\circ$$

$$= \boxed{8.18} \text{ cm}^2$$

## المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-6)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا عرفت أطوال أضلاع مثلث فيمكن استخدام قاعدة هيرون لإيجاد مساحته. (a) (b)

(2) لا يمكن إيجاد مساحة مثلث بمعلومية قياسات زواياه الثلاثة. (a) (b)

(3) لا يمكن استخدام قاعدة هيرون إذا كان المثلث قائم الزاوية. (a) (b)

(4) إن معرفة قياس إحدى زوايا مثلث هو شرط ضروري لإيجاد مساحته. (a) (b)

(5) إذا كان  $a, b$  طولاً ضلعين متتاليين في متوازي أضلاع و  $\theta$  قياس الزاوية بينهما



فإن مساحة متوازي الأضلاع تساوي  $ab \sin \theta$  مثلثين  

$$\text{Area} = 2 \times \frac{1}{2} ab \sin \theta$$

$$= ab \sin \theta$$

(6) في المثلث  $ABC$ :  $AC = 9 \text{ cm}$ ,  $AB = 7 \text{ cm}$ ,  $BC = 5 \text{ cm}$

فإن مساحة المثلث  $ABC$  تساوي حوالي  $15 \text{ cm}^2$  (a) (b)  

$$s = \frac{1}{2}(9 + 7 + 5) = 10.5$$

$$\text{Area} = \sqrt{10.5(10.5 - 9)(10.5 - 7)(10.5 - 5)} = 17.4 \text{ cm}^2$$

في التمارين (7-10)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(7) إذا كان:  $a = 2 \text{ cm}$ ,  $b = 3 \text{ cm}$ ,  $m(\widehat{C}) = 40^\circ$  فإن مساحة المثلث  $ABC$  تساوي حوالي:

(a)  $4.6 \text{ cm}^2$

(b)  $3.86 \text{ cm}^2$

(c)  $1.93 \text{ cm}^2$

(d)  $2.3 \text{ cm}^2$

$$\text{Area} = \frac{1}{2} ab \sin \theta$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 3 \sin 40^\circ = 1.93 \text{ cm}^2$$

H.L.

(8) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه 7 cm , 8 cm , 9 cm هي:

(a)  $6\sqrt{15} \text{ cm}^2$

(b)  $12\sqrt{5} \text{ cm}^2$

(c)  $16\sqrt{3} \text{ cm}^2$

(d)  $18\sqrt{3} \text{ cm}^2$

$$s = \frac{1}{2}(7+8+9) = 12$$

$$\text{Area} = \sqrt{12(12-7)(12-8)(12-9)}$$
$$= 12\sqrt{5} \text{ cm}^2$$

(9) مساحة مثلث متطابق الأضلاع طول ضلعه  $a$  هي:

(a)  $\frac{a^2\sqrt{3}}{4} \text{ units}^2$

(b)  $a^2 \text{ units}^2$

(c)  $\frac{1}{2} a^2 \text{ units}^2$

(d)  $\frac{a^2\sqrt{3}}{2} \text{ units}^2$

$$s = \frac{1}{2}(a+a+a) = \frac{3}{2}a$$

$$\text{Area} = \sqrt{\frac{3}{2}a\left(\frac{3}{2}a - a\right)^3}$$
$$= \sqrt{\frac{3}{2}a\left(\frac{1}{2}a\right)^3}$$
$$= \sqrt{\frac{3}{2}a\left(\frac{1}{8}a^3\right)} = \sqrt{\frac{3}{16}a^4}$$
$$= \frac{1}{4}a^2\sqrt{3}$$
$$= \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

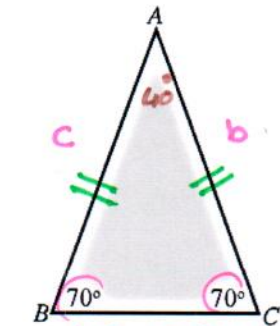
(10) إذا كانت مساحة المثلث  $ABC$  تساوي حوالي  $8 \text{ cm}^2$  فإن طول  $AB$  هو حوالي:

(a) 5 cm

(b) 8 cm

(c) 4 cm

(d) 6 cm

المثلث متساوي  
الضلعين

$$\text{Area} = \frac{1}{2} bc \sin \alpha$$

$$8 = \frac{1}{2} b^2 \sin \alpha$$

$$8 = \frac{1}{2} b^2 \sin 40^\circ$$

$$8 = 0.321 b^2$$

$$b^2 = \frac{8}{0.321}$$

كراسة التمارين صد 30 : البنود الموضوعية

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

$$= 24.92$$

$$b = \sqrt{24.92}$$

$$b \approx 5 \text{ cm}$$